

Conceptions qualitatives et quantitatives de l'homogénéité dans l'analyse dimensionnelle au XIXe siècle

Sybil Gertrude De Clark

Pour citer cet article : Sybil Gertrude De Clark (2017) : Conceptions qualitatives et quantitatives de l'homogénéité dans l'analyse dimensionnelle au XIXe siècle, *Annals of Science*, DOI : [10.1080/00033790.2017.1372519](https://doi.org/10.1080/00033790.2017.1372519)

Pour créer un lien vers cet article : <http://dx.doi.org/10.1080/00033790.2017.1372519>



Publié en ligne : 09 octobre 2017.



Soumettez votre article à cette revue 



Nombre de consultations de l'article : 5



Voir les articles connexes 



Voir les données Crossmark





Conceptions qualitatives et quantitatives de l'homogénéité dans l'analyse dimensionnelle au XIXe siècle

Sybil Gertrude De Clark

Université Paris Diderot (Paris 7), France

RÉSUMÉ

L'émergence de l'analyse dimensionnelle au début du XIXe siècle a entraîné une redéfinition des concepts préexistants d'homogénéité et de dimensions, qui a impliqué un passage d'une conception qualitative à une conception quantitative de ces notions. Avant le XIXe siècle, ces concepts étaient utilisés comme critères pour évaluer la validité des opérations et des relations entre les quantités géométriques. Notamment, les termes de ces relations devaient être homogènes, ce qui signifiait qu'ils devaient avoir les mêmes dimensions géométriques. Cette dernière reflétait la nature des quantités en question, telles que le volume par rapport à la surface. Lorsque la philosophie naturelle a commencé à englober des quantités non géométriques, il est devenu nécessaire de généraliser le concept d'homogénéité. En 1822, Jean Baptiste Fourier l'a donc redéfini comme la condition qu'une équation doit satisfaire pour rester valable en cas de changement d'unités, et la « dimension » est devenue en conséquence la puissance d'un facteur de conversion. Lorsque ces innovations ont finalement trouvé un écho en France et en Grande-Bretagne, dans la seconde moitié du siècle, des tensions sont apparues entre l'ancienne conception qualitative des dimensions comme reflétant la nature des quantités physiques et la nouvelle conception quantitative basée sur la conversion et la mesure des unités. L'émergence de l'analyse dimensionnelle offre ainsi un exemple concret de la manière dont des règles et des concepts existants peuvent être redéfinis dans le contexte de changements conceptuels plus larges ; dans le cas présent, cette redéfinition a impliqué une généralisation, mais aussi un changement de sens qui a conduit à des tensions conceptuelles.

HISTORIQUE DE L'ARTICLE

Reçu le 16 juin 2015

Accepté le 21 août 2017

Contenu

1. Introduction	2
2. Le développement de l'analyse dimensionnelle	3
2.1. Homogénéité avant le XIXe siècle.....	3
2.2. Redéfinition de l'homogénéité par Fourier	4
2.3. Mesures absolues de Gauss et Weber	5
2.4. Synthèse de Maxwell	6
3. La diffusion de l'analyse dimensionnelle	8
3.1. Diffusion à travers les manuels de physique	8
3.2. Premières recherches : quantités fondamentales alternatives	10

4. Résurgence des notions pré-Fourier	14
4.1. Les idées d'Ernest Mercadier et d'Aimé Vaschy sur la nature des dimensions.....	14
4.2. Influence des idées de Vaschy et Mercadier	16
4.3. Limites de l'influence de Vaschy et Mercadier	19
5. Réflexions finales	21
5.1. Dimensions en électromagnétisme et utilisation mécaniste de la base L T M	22
5.2. Dimensions en électromagnétisme et visions mécanistes des phénomènes électromagnétiques.....	23
5.3. Le processus de mesure était-il considéré comme fixant les quantités physiques ?	25

1. Introduction

Comme on l'a souvent dit, l'émergence de l'analyse dimensionnelle au sens moderne du terme remonte à l'ouvrage *Théorie analytique de la chaleur* de Jean Baptiste Joseph Fourier, publié en 1822. Cependant, on peut trouver des antécédents dans les exigences d'homogénéité, comprises comme les conditions requises pour que les relations entre les grandeurs physiques aient un sens. Comme son étymologie l'indique, l'homogénéité a trait à la nature des grandeurs : celles-ci sont homogènes si elles sont de *même nature*. Au départ, les quantités en jeu étaient géométriques, elles étaient donc homogènes si et seulement si elles avaient le même nombre de dimensions spatiales : un cercle et un carré étaient des quantités de même nature dans la mesure où ils sont tous deux des surfaces, c'est-à-dire de dimension deux. À mesure que la philosophie naturelle a englobé une plus grande variété de quantités physiques, et avec l'apparition des quantités dérivées en particulier, ces notions d'homogénéité et de dimensions ont commencé à s'avérer insuffisantes. Afin de répondre à la nécessité d'assurer des relations significatives entre les quantités dérivées, ces concepts ont dû être généralisés. C'est essentiellement ce qu'a accompli Fourier, et c'est pourquoi il est considéré comme le père de l'analyse dimensionnelle moderne.

Il est important de noter que cette généralisation impliquait une redéfinition des concepts d'homogénéité et de dimensions. Ces derniers concepts continuaient à remplir la même fonction dans la mesure où les règles qui les impliquaient garantissaient la cohérence requise : on pouvait notamment toujours affirmer que, pour qu'une relation entre des quantités physiques ait un sens, les termes devaient être homogènes au sens large. De plus, la reformulation de Fourier était cohérente avec la définition antérieure des dimensions dans la mesure où, dans le domaine de validité de cette dernière, elle reprenait les résultats existants. En effet, les quantités géométriques avaient les mêmes dimensions selon les deux définitions, ce qui a motivé le maintien des termes « dimensions » et « homogène » tout au long de ce processus de reformulation. Cependant, ces deux concepts ont également subi un changement de sens important. Ils se sont notamment détachés de la signification étymologique de l'homogénéité. Les nouvelles définitions ne faisaient aucune référence directe au concept de *type*, de *nature* des grandeurs physiques en jeu, c'est-à-dire à des notions qualitatives ; elles étaient plutôt basées sur la notion d'unité de mesure, plus précisément sur la relation entre les unités de grandeurs dérivées et les unités plus « fondamentales », donc sur des concepts quantitatifs. ⁽¹⁾ Fourier ne s'est pas penché sur la question de savoir dans quelle mesure les deux conceptions de l'homogénéité et des dimensions étaient compatibles entre elles.

En fait, l'analyse dimensionnelle ne s'est pas répandue directement à travers les travaux de Fourier. Ceux-ci ont eu peu d'influence immédiate. Lorsque le sujet a commencé à être connu de la communauté scientifique, plus de quarante ans plus tard, c'était sous la forme exprimée par Maxwell, qui intégrait les développements intervenus entre-temps : les travaux de Gauss et Weber sur la mesure absolue. Elle s'accompagnait également d'un intérêt particulier pour un domaine spécifique très intéressant à l'époque, à savoir l'électromagnétisme.

¹ Comme nous le verrons ci-dessous, Fourier utilisait le terme « dimension » pour désigner un exposant, tandis que Maxwell et ses disciples parlaient de « dimensions » pour désigner une expression entière, c'est-à-dire une formule dimensionnelle. Dans les deux cas cependant, « dimension(s) » exprimait la relation entre une quantité dérivée (ions) pour désigner une expression entière, c'est-à-dire une formule dimensionnelle. Dans les deux cas, cependant, le ou les « dimensions » exprimaient la relation entre une quantité dérivée (soit la quantité elle-même, soit son unité) et les unités fondamentales.

Nous décrivons tout d'abord comment l'analyse dimensionnelle moderne a vu le jour. Nous verrons comment, à partir des conceptions de l'homogénéité antérieures au XIX^e siècle, elle a été reformulée par Fourier afin d'intégrer les quantités non géométriques, et comment elle a évolué pour prendre la forme que nous connaissons aujourd'hui, ainsi que certaines des raisons qui ont contribué à son succès.²

En nous concentrant sur la France et la Grande-Bretagne, nous aborderons ensuite le thème central de la présente étude : comment les conceptions pré- et post-Fourier de l'homogénéité et des dimensions ont interagi. Dans quelle mesure la nouvelle vision a-t-elle pris le dessus, et certains aspects de la conception précédente ont-ils perduré ? Dans quelle mesure les deux visions se recoupaient-elles ? Y avait-il des zones d'incompatibilité qui ont causé des tensions, et si oui, comment les chercheurs y ont-ils réagi ? Comme nous le verrons, après une période initiale où la conception des dimensions comme étant purement basée sur des unités de mesure semblait ne poser aucun problème, certains aspects de l'analyse dimensionnelle implicitement autorisés par cette conception ont soudainement été perçus par certains chercheurs comme étant en contradiction flagrante avec la conception étymologique antérieure de l'homogénéité. Nous évaluerons l'impact de ces désaccords et explorerons les stratégies utilisées pour y remédier. En conclusion, nous examinerons les problématiques spécifiques liées à ce conflit. Nous nous demanderons tout d'abord si le choix des unités fondamentales associées à la position mécaniste est finalement responsable de ce problème. Nous examinerons ensuite si d'autres points de vue mécanistes, notamment l'adhésion à des modèles spécifiques, ont influencé la manière dont les dimensions étaient comprises. Enfin, étant donné que les deux conceptions des dimensions différaient quant à savoir si ces dernières reflétaient la nature des grandeurs physiques ou seulement leurs unités de mesure, nous explorerons comment la compréhension de la relation entre les grandeurs physiques et leur mesure est entrée en jeu et si elle a influencé les conceptions des dimensions.

2. Le développement de l'analyse dimensionnelle de l'

2.1 Homogénéité avant le XIX^e siècle

Les règles relatives à l'homogénéité ont constitué les prémices de l'analyse dimensionnelle moderne, car elles visaient elles aussi à garantir que les relations entre les quantités aient une signification physique. De telles considérations se retrouvent déjà dans l'Antiquité : l'addition, la soustraction, mais aussi les rapports devaient être établis entre des quantités homogènes³. Les quantités en jeu étaient géométriques (c'est-à-dire des lignes et des surfaces). Elles étaient homogènes si elles avaient les mêmes dimensions. À la fin du XVI^e siècle, François Viète a généralisé le concept de dimension à un nombre supérieur à trois. Il a également pris des rapports entre des quantités non homogènes et a discuté de la dimension du résultat. Cependant, les quantités en question restaient géométriques.⁽⁴⁾ Au XVII^e siècle, on trouve des exemples d'utilisation du terme « dimension » pour désigner des quantités physiques non géométriques dans les travaux de René Descartes et John Wallis.⁽⁵⁾ Plus important encore, Isaac Newton a développé le concept de « *genitum* »,

² Bon nombre de ces questions ont été abordées par John Roche, *The Mathematics of Measurement: A Critical History* (Londres : The Athlone Press, 1998), chapitres 10 et 11.

³ Il s'agissait de la théorie eudoxienne des proportions, présentée par Euclide. Euclide, *Les Éléments*, livre 5, lemme 3. Voir Ian Mueller, « Homogeneity in Eudoxus's theory of proportion », *Archive for history of exact sciences*, 7 (1) (1970), 1–6.

⁴ Viète a traité ce sujet en détail dans son ouvrage *Algèbre nouvelle*. Il s'intéressait principalement à la résolution d'équations jusqu'au quatrième degré, mais bien qu'il fasse appel à l'algèbre, son travail s'appliquait également à des problèmes géométriques. Dans ce contexte, Viète proposa un ensemble de règles visant à garantir l'homogénéité des équations. François Viète, *L'Algèbre nouvelle* (1591), traduit en anglais sous le titre *The Analytic Art*. Pour une discussion sur le contexte scientifique des travaux de Viète, voir Henk Bos, « Tradition et modernité dans les mathématiques modernes : Viète, Descartes and Fermat », dans *L'Europe Mathématique-Mathematical Europe*, édité par Catherine Goldstein, Jeremy Gray et Jim Ritter (Paris : Éditions de la maison des sciences de l'homme 1996), 185-191, et Roche, *Mathematics of Measurement* (note 2), 70-74, 189.

⁵ René Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit* (règle 14) (vers 1628), dans *Œuvres de Descartes*, édité par Victor Cousin, Paris, F.G. Levrault, 1824–1826, vol. 11 ; *La géométrie* (1637), éd. Jacques Gabay, 1991, Hermann 1886 ; Lettre de Descartes à Mersenne, 12 septembre 1638 ; dans *Lettres de M. Descartes, qui traitent de plusieurs belles questions concernant la morale, la physique, la médecine et les mathématiques : où l'on a joint le latin de plusieurs lettres qui n'avoient été imprimées qu'en françois, avec une traduction françoise de celles qui n'avoient paru jusqu'à présent qu'en latin*, t. 2 (Paris, 1724-1725), 134. John Wallis, *A defense of the Treatise of the angle of contact* (Oxford, 1684) 94–95 ; *Opera Mathematica*, Vol. 1 (Oxford, 1695), 103. Voir Roche, *Mathematics of Measurement* (note 2), 189–190.

c'est-à-dire une quantité dérivée.⁶ Dans ces circonstances, on aurait pu s'attendre à ce que la question de l'homogénéité connaisse rapidement un développement rapide. Pourtant, le XVIII^e siècle n'a connu que peu d'innovations à cet égard, peut-être en partie en raison de l'essor d'une conception numérique des équations : les symboles et les termes étaient de plus en plus considérés comme des nombres abstraits, et dans ce contexte, la question de leur homogénéité entre eux n'avait pas lieu d'être.⁷

Le sujet de l'homogénéité refait surface à l'aube du XIX^e siècle, où il conduit rapidement à notre conception familière des dimensions. Fourier a brièvement mentionné les considérations dimensionnelles dès 1811, et en 1816, Siméon Denis Poisson les a utilisées dans sa dérivation de la vitesse d'une onde à la surface d'un fluide.⁽⁸⁾ Cependant, à ce stade, Fourier et Poisson comprenaient tous deux la « dimension » dans un sens purement spatial.⁽⁹⁾

2.2 La redéfinition de l'homogénéité par Fourier

Ce n'est qu'en 1822 que les concepts de dimension et d'homogénéité ont commencé à prendre leur sens moderne, dans l'ouvrage *Théorie analytique de la chaleur* de Fourier¹⁰. Fourier a reformulé la question de l'homogénéité en une problématique entièrement différente : une équation était « homogène » si elle restait correcte lorsque les unités étaient changées⁽¹¹⁾.

Étymologiquement, l'homogénéité signifiait que les quantités devaient être de même nature. C'était là la condition requise pour que les opérations effectuées sur elles aient un sens. Dans le contexte des équations numériques, la question était de savoir ce qui subsistait de ces équations lorsque les valeurs numériques de leurs symboles et termes changeaient, comme c'était le cas lorsqu'on effectuait un changement d'unités. Dans quelles conditions une équation restait-elle vraie indépendamment du système d'unités considéré ? Fourier a caractérisé ces conditions en termes de relation entre les facteurs de conversion des quantités dérivées et ceux d'un ensemble de quantités fondamentales. Il a défini le concept d'« exposant de dimension » comme la puissance à laquelle le facteur de conversion d'une unité dérivée doit être élevé lorsqu'une unité fondamentale est modifiée. Les termes étaient homogènes lorsque leurs unités avaient la même relation avec les unités fondamentales, en ce sens que ces termes devaient avoir les mêmes exposants de dimension pour chaque unité fondamentale :

⁶« J'appelle *génitum* toute quantité qui n'est pas obtenue par addition ou soustraction de parties diverses, mais qui est générée ou produite en arithmétique par multiplication, division ou extraction de la racine de tout terme quel qu'il soit » (Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy* (1687), livre 2, lemme 2). Voir Enzo Macagno, « Historico-critical Review of Dimensional Analysis », *Journal of the Franklin Institute*, 292 (6) (1971), 391–402 (392).

⁷ Roche, *Mathematics of Measurement* (note 2), 88–190 ; Louis Charbonneau, « "From Euclid to Descartes" : Algebra and its relation to geometry », dans *Approaches to algebra : perspectives for research and teaching*, édité par Nadine Bednarz, Carolyn Kieran et Lesley Lee (Dordrecht : Kluwer, 1996), 15–38. Néanmoins, les rapports hétérogènes restaient un problème pour beaucoup au XVIII^e siècle.

⁸ Fourier a déclaré que l'homogénéité pouvait être utilisée pour vérifier la signification de certains termes dans les équations qu'il avait discutées, et a indiqué les dimensions géométriques des quantités pertinentes pour faciliter la compréhension de ses lecteurs. Jean Baptiste Joseph Fourier, « Théorie du mouvement de la chaleur dans les corps solides », 1^{ère} partie, *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, 4 (1819–1820, publ. 1824), 185–525 ; 455–456. Cet ouvrage a été soumis en 1811 et présenté à l'Académie des sciences le 6 janvier 1812. Siméon Denis Poisson, « Mémoire sur la théorie des ondes », *Mémoires de l'Académie des sciences*, 1 (1815, 2 octobre et 18 décembre 1815), 71–186.

⁹ Roche, (note 2), 1.

¹⁰ Jean-Baptiste Joseph Fourier, *Théorie analytique de la chaleur* (Paris, 1822), 154–158. Fourier utilisait couramment le terme « dimension », notamment dans l'expression « exposant de dimension », c'est-à-dire « exposant de la dimension ». Il utilisait également le terme « homogène » (bien que rarement), notamment dans l'expression « si l'on attribue à chaque quantité son *exposant de dimension*, l'équation sera homogène ». (156). De plus, Fourier parlait toujours de l'exposant de dimension d'une quantité et non, comme le fera Maxwell, des dimensions de l'unité d'une quantité physique. Fourier ne discutait pas des unités des quantités dérivées en jeu, et ce que nous avons appelé « unités fondamentales », il les appelait simplement « unités ». (154–158).

¹¹ Cela exigeait que les facteurs de conversion numériques soient identiques dans chaque terme de l'équation. Par exemple : pour affirmer que $F = m \cdot a$

a est homogène signifie que si cette équation est valable lorsque la masse est mesurée en kilogrammes, elle l'est également lorsque l'unité de masse est remplacée par des grammes dans toute l'équation. Pour prendre un exemple concret, si l'objet a une masse de 2 kg et une accélération de 3 m/s⁽²⁾ due à une force de 6 kg.m/s⁽²⁾ (N), avant la conversion, l'équation est la suivante : $6 = 2 \times 3$. Après avoir changé l'unité de masse, la masse de l'objet est exprimée en 2000 g et la force en 6000 g.m/s⁽²⁾. Avec cette nouvelle unité fondamentale, l'équation est désormais la suivante : $6000 = 2000 \times 3$. Bien que les valeurs numériques diffèrent, l'équation reste valable, car les facteurs de conversion globaux sont les mêmes dans chaque terme (ici, 1000).

L'équation ne devrait subir aucune modification si nous écrivons, à la place de x , mx , et en même temps $\frac{k}{2}$, $\frac{h}{2}$, $\frac{c}{2}$, à la place de k , h , c ; le nombre m disparaîtra automatiquement après ces substitutions.¹²

Dans ce cas, m faisait référence à un facteur de conversion entre différentes unités de longueur, ce qui signifiait que les exposants de dimension par rapport à la longueur de k , h et c étaient respectivement -1 , -2 et -3 .¹³ Dans le même temps, la définition de Fourier donnait les dimensions habituelles pour les quantités géométriques.¹⁴

En ce sens, la redéfinition de la dimension par Fourier constituait une généralisation. Bien que dans l'exemple ci-dessus, la quantité de base, à savoir la longueur, soit une quantité géométrique, les autres ne l'étaient pas : Fourier a défini de manière similaire les exposants de dimension pour le temps et la température.

La nécessité d'étendre le concept de dimension à d'autres grandeurs que la longueur s'est donc imposée naturellement : il fallait un exposant de dimension pour chaque unité considérée comme fondamentale – dans les travaux de Fourier, il s'agissait de la longueur, du temps et de la température. Tout en restant dans le cadre de la validité des équations et en généralisant le concept de « dimension », Fourier l'a néanmoins entièrement redéfini : il était désormais dissocié de la notion de *nature* d'une grandeur physique et défini par celle de *mesure*, via le concept de conversion d'unités (¹⁵).

La compatibilité de la nouvelle définition de Fourier avec la conception antérieure selon laquelle la dimension d'une quantité reflète directement sa nature physique n'était nullement évidente, et cette question constitue le thème central de la présente étude. En effet, la tension entre ces deux concepts d'homogénéité des quantités physiques allait imprégner les discussions sur la dimensionnalité dans la seconde moitié du XIXe siècle, souvent de manière implicite ou inconsciente, mais devenant parfois le sujet explicite de controverses.

2.3 Les mesures absolues de Gauss et Weber

Les travaux de Fourier n'ont pas eu d'impact immédiat. Cependant, entre les années 1830 et 1850, des développements ont eu lieu qui, bien qu'ils ne faisaient pas explicitement référence au concept de dimensions, étaient néanmoins liés à l'innovation de Fourier par leur accent sur les unités, et allaient acquérir une grande importance dans le domaine des dimensions. En Allemagne, Carl Friedrich Gauss et Wilhelm Weber ont tous deux développé la notion de mesure absolue, en s'efforçant de définir de nouvelles unités stables pour les grandeurs électriques et magnétiques.⁽¹⁶⁾

Gauss et Weber ont défini pour ces grandeurs une « unité absolue », dérivée du petit nombre d'unités mécaniques qu'ils considéraient comme fondamentales : la longueur, le temps et la masse.¹⁷ Toute leur approche était

¹² Fourier, *Théorie analytique* (note 10), 156.

¹³ Les coefficients k , h , c se référaient à la conductivité thermique, à la quantité d'air s'échappant à travers une surface unitaire dans l'air en unité

le temps et la capacité thermique, respectivement. Voir Roche, *The mathematics of measurement* (note 2), 191–197.

¹⁴ En effet une équation ne subit aucun changement si l'on écrit au lieu d'une aire A , $m^2 A$ et au lieu d'un volume V , $m^3 V$, de sorte que les exposants de dimension par rapport à la longueur de A et V sont respectivement 2 et 3, c'est-à-dire les dimensions déjà attribuées à l'aire et au volume dans le contexte des exigences d'homogénéité.

¹⁵ D'un point de vue épistémologique, on peut interpréter le geste de Fourier comme positiviste, car la mesure était le parangon de l'exactitude quantitative, sur laquelle le positivisme souhaitait fonder toute connaissance. Auguste Comte tenait d'ailleurs en haute estime l'œuvre de Fourier, lui dédiant même son *Cours de philosophie positive*. Il convient également de noter que Fourier lui-même accordait une grande importance théorique à cet aspect de son travail : « [L'homogénéité] provient de notions primordiales sur les quantités ; c'est pourquoi, en géométrie comme en mécanique, elle équivaut au lemme fondamental pour lequel les Grecs n'ont pas donné de preuve. » Fourier, *Théorie analytique* (note 10), 155.

¹⁶ Roche, *Mathematics of Measurement* (note 2), 197–202. Cette période était marquée par un intérêt pour les normes qui dépassait le cadre scientifique : la persistance du système métrique après les guerres napoléoniennes incita plusieurs États allemands à réformer leurs poids et mesures, en faisant appel à des scientifiques. Gauss lui-même fut chargé d'un tel programme à Hanovre en 1836. Que ce soit à des fins commerciales ou scientifiques, la définition de normes de mesure était reconnue comme nécessitant non seulement des instruments de précision, mais aussi le respect de procédures bien définies, tant pour la reproduction des étalons matériels que pour la prise de mesures. Voir notamment Kathryn M. Olesko, « The meaning of precision » : the exact sensibility in early nineteenth-century Germany, dans *The Values of Precision*, édité par Norton Wise (Princeton : Princeton University Press 1995), 117–125, et K. M. Olesko, « Precision, tolerance and consensus » : local cultures in German and British resistance standards, *Archimedes*, 1 (1996), 117–156.

¹⁷ Gauss s'intéressait à une unité pour le champ magnétique, et Weber à une unité pour la résistance électrique. Certaines de leurs discussions portaient parfois

s'est approché des considérations dimensionnelles, la raison étant que la mesure absolue avait trait à la relation entre une grandeur dérivée (plus précisément son unité) et les unités fondamentales. Gauss a notamment discuté de la manière dont la valeur de l'intensité magnétique est affectée par un changement d'unités, et a dérivé une expression pour le facteur de conversion de l'intensité en termes de facteurs de conversion de longueur, de temps et de masse. Cette discussion fascinante rappelait à la fois Fourier (dans la mesure où elle se concentrait sur les facteurs de conversion)

fondée sur l'idée que les unités de quantités électromagnétiques pouvaient être exprimées en termes d'unités de quantités mécaniques. Cette position allait devenir dominante. Dans les années 1840 et 1850, Weber définit également trois « systèmes d'unités absolues » différents, appelés systèmes « électrostatique », « électromagnétique » et « électrodynamique ». Le système électrostatique était basé sur la loi de Coulomb

entre deux charges, $f = \frac{qq'}{r^2}$, qui définissait les dimensions de la charge ; le système électromagnétique

était fondé sur la loi de Coulomb entre deux pôles magnétiques, $f = \frac{mm'}{r^2}$, définissant les dimen-

les forces exercées par un pôle, et l'équation de la force entre un fil conducteur de courant de longueur l et un pôle,

$f = \frac{ilm}{r^2}$, qui fixait les dimensions du courant ; enfin, le système électrodynamique était basé sur

la loi d'Ampère entre les éléments de courant.¹⁸ Les deux premiers systèmes se sont généralisés dans la seconde moitié du XIXe siècle.¹⁹

2.4 La synthèse de Maxwell

Ce n'est qu'à partir des années 1860 que l'on retrouve un intérêt pour l'analyse dimensionnelle telle que Fourier l'avait abordée, c'est-à-dire impliquant des conversions entre différents systèmes d'unités. Cette tendance peut être largement attribuée aux travaux de James Clerk Maxwell, qui ont constitué une synthèse des innovations de Fourier d'une part, et de celles de Gauss et Weber d'autre part.²⁰ L'intérêt de Maxwell pour les dimensions était lié à son souci général de classification des grandeurs physico-mathématiques.²¹ De plus, le souci des normes et des conversions d'unités au sein de la communauté physique au sens large a également contribué au regain d'intérêt pour l'analyse dimensionnelle.⁽²²⁾ En fait, la première discussion de Maxwell sur l'analyse dimensionnelle fut une contribution qu'il co-rédigea en 1863 avec l'ingénieur en télégraphie Fleeming Jenkin, et qui fut incluse dans le deuxième rapport du Comité sur les normes électriques nommé par la British Association for the Advancement of Science.⁽²³⁾ Cette discussion constitua la base du traitement de Maxwell dans son célèbre *Traité sur l'électricité et le magnétisme* de 1873, qui eut une influence considérable.

et semblait anticiper Maxwell (dans la mesure où l'expression obtenue par Gauss était analogue à une formule dimensionnelle (mais avec des facteurs de conversion au lieu d'unités fondamentales), et où son utilisation des relations physiques pour l'obtenir était similaire à ce qui se fait dans l'analyse dimensionnelle). Gauss : original Carl Friedrich Gauss, Goettingue, 1833, traduction française, « Mesure absolue de l'intensité du magnétisme terrestre », *Annales de chimie et de physique*, 5 (1834), 5-69.

Wilhelm Weber, « Elektrodynamische Maasbestimmungen insbesondere Widerstandsmessungen », *Königliche Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-physikalische Classe, Abhandlungen*, 199-382 ; traduit en anglais par E. Atkinson sous le titre « On the measurement of Electric Resistance according to an absolute standard », *Philosophical Magazine*, 22 (1861), 226-240, 261-269.

¹⁸ Wilhelm Weber, « On the measurement of Electric Resistance » (note 17), 267-269 ; Wilhelm Weber, *Elektrodynamische Maasbestimmungen* (Leipzig, 1846), 51-60. Dans les deux cas, l'unité de charge et l'unité de courant étaient liées par $q = it$, donc par l'unité de temps.

¹⁹ Comme nous le verrons dans la section suivante, le traité influent de Maxwell a dérivé des dimensions dans ces deux systèmes.

²⁰ Roche, *Mathematics of Measurement* (note 2), 202-205. On ne sait pas si Maxwell s'est réellement inspiré directement de Fourier. Il a certes fait référence aux travaux de son prédécesseur, mais il n'était pas rare qu'il recherche et mentionne des antécédents à certains aspects de ses travaux après les avoir déjà développés.

²¹ Maxwell a abordé le sujet dans le même esprit que lorsqu'il traitait des quaternions de Hamilton (qui impliquaient la distinction entre vecteur et scalaire), des théorèmes intégraux et des considérations topologiques, en donnant une description très structurée et systématique des différents types d'objets physico-mathématiques et des notions intéressantes. Ces efforts étaient finalement motivés par le désir de Maxwell d'établir une base solide pour l'électromagnétisme. James Clerk Maxwell, *Traité sur l'électricité et le magnétisme*, 2 vol. (1873), I, Préliminaires – Sur la mesure des quantités. (pp. 1-29). Voir également Olivier Darrigol, *Electrodynamics from Ampère to Einstein*, (Oxford : Oxford University Press, 2000), 167 ; Peter M. Harman, « Mathematics and reality in Maxwell's dynamical physics : The natural philosophy of James Clerk Maxwell », dans Kelvin's *Baltimore Lectures and Modern Theoretical Physics*, édité par P. Achinstein et

R. Kargon, (Cambridge, MA : The MIT Press, 1987), 267-297.

²² Plus précisément, le problème concernait les unités électriques : le manque de cohérence des normes électriques causait des difficultés, toutes les

plus aigu dans un contexte où la télégraphie électrique était en plein essor. Sur le rôle important joué par les ingénieurs télégraphistes dans le développement de l'électricité, et en particulier des normes de résistance et des mesures précises, voir Bruce J. Hunt, « The Ohm Is Where the Art Is » : British Telegraph Engineers and the Development of Electrical Standards, *Osiris*, 2e série, 9 (1994), 48-63. (²³ Sur l'insistance de William Thomson, la British Association for the Advancement of Science a nommé en 1861 un comité sur les normes électriques afin de définir une norme de résistance électrique. Cependant, le comité a rapidement élargi ses intérêts aux mesures électriques en général (*Rapport de la 33^e réunion de la British Association for the Advancement of Science, tenue à Newcastle-upon-Tyne en août et septembre 1863*, [Londres, John Murray, 1864], 111). Les décisions les plus importantes

non seulement en Grande-Bretagne, mais aussi notamment en France.²⁴ En raison de cette influence considérable, le *Traité* de Maxwell fut sans aucun doute l'ouvrage qui contribua le plus directement à la diffusion de l'analyse dimensionnelle. L'approche qu'il proposait (plutôt que les travaux antérieurs de Fourier, ou même l'article que Maxwell avait coécrit avec Jenkin en 1863) finit par définir l'analyse dimensionnelle pour la plupart des physiciens et ingénieurs de l'époque.

Les travaux de Maxwell ont fusionné des éléments des contributions de Gauss et Weber avec les idées de Fourier. En tant que mécaniste et à l'instar de ses collègues britanniques, Maxwell partageait avec Gauss et Weber l'idée que les unités – et désormais les dimensions – des grandeurs dérivées pouvaient être exprimées en termes de longueur, de temps et de masse.²⁵ Il a emprunté à Fourier le concept de dimensions défini dans le contexte du changement d'unités.²⁶ Maxwell a inclus dans son *Traité* une discussion systématique de la théorie dimensionnelle de Fourier et a dérivé les dimensions des grandeurs électriques et magnétiques dans les systèmes d'unités électrostatiques et électrodynamiques. Contrairement à Fourier, Maxwell a utilisé le terme « dimensions » pour désigner l'expression entière impliquant les unités fondamentales et leurs exposants (tels que $[LT^{-1}]$ dans le cas de la vitesse). De plus, ce que Maxwell considérait comme caractérisant les dimensions était les unités dérivées, et non directement les grandeurs physiques elles-mêmes : il parlait de $[LT^{(-1)}]$ comme étant les dimensions de l'unité de vitesse, et non les dimensions de la vitesse elle-même.⁽²⁷⁾

Afin de dériver les dimensions des grandeurs électromagnétiques, Maxwell a d'abord établi des relations dimensionnelles indépendantes du système d'unités considéré. Il a formé quinze relations de ce type. Bien qu'elles ne concernaient que douze grandeurs, elles n'étaient pas toutes indépendantes et ne permettaient pas de déterminer de manière unique les dimensions de ces grandeurs en termes de L, T et M : une relation supplémentaire aurait été nécessaire pour y parvenir.²⁸ Pour résoudre cette difficulté, Maxwell a commencé par ajouter une quatrième unité, ou plutôt deux unités au choix. Il a répertorié les dimensions de toutes les grandeurs en termes de L, T, M et de l'unité de charge statique e , puis à nouveau en termes de L, T, M et de l'unité de pôle magnétique m .²⁹ Par exemple, pour les dimensions du courant électrique, il a trouvé :

$$[C] = \frac{e}{T} = \frac{L^2 M}{mT^2} \quad (1)$$

Les deux ensembles d'expressions dimensionnelles étaient valables quel que soit le système d'unités considéré.³⁰

Maxwell a ensuite dérivé les dimensions de toutes les grandeurs d'intérêt dans les systèmes d'unités électrostatiques et électromagnétiques, qui impliquaient toutes deux des dimensions en termes de L, T et M. Cela pouvait être fait en utilisant l'un ou l'autre ensemble de dimensions. Le système électrostatique a été obtenu en remplaçant les dimensions électrostatiques de e ou m – et de manière similaire pour le cas électromagnétique. Afin d'obtenir les dimensions électrostatiques et électromagnétiques de e et m , Maxwell a utilisé

ont été adoptées en 1863 et présentées dans le deuxième rapport du Comité (daté du 16 août) qui contenait la première discussion sur les dimensions par Maxwell et Jenkin.

²⁴ Pour une analyse des différences entre l'approche de Maxwell en 1873 et son rapport de 1863, voir notamment Daniel Jon Mitchell, « Making Sense of

Absolute Measurement: James Clerk Maxwell, William Thomson, Fleeming Jenkin, and the Invention of the Dimensional Formula », *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, (sous presse), sections 2-3.

²⁵ Comme nous le verrons dans la section 5.2 ci-dessous, les mécanistes pensaient que tous les phénomènes physiques étaient fondamentalement mécaniques.

²⁶ C'est déjà le cas dans l'article de Maxwell et Jenkin publié en 1863. Cependant, en raison de son influence plus large, nous nous concentrerons ici sur le traité de Maxwell

traité de 1873.

²⁷ Nous parlerons néanmoins ici des dimensions des quantités, même lorsque nous faisons référence à Maxwell, par souci de simplicité. Notez également que

Maxwell n'utilisait pas réellement les termes « homogène » ou « homogénéité », mais lorsqu'il a présenté son compte rendu des dimensions, il a défini le principe d'homogénéité de la même manière que Fourier (qu'il mentionnait). Maxwell, *Traité* (note 21), I, 1-2.

²⁸ Maxwell, *Traité* (note 21), II, partie IV, chapitre 10. Conformément à l'usage courant, j'utiliserai des crochets pour désigner les dimensions d'une grandeur dérivée, et n'utiliserai ni parenthèses ni italiques pour les grandeurs fondamentales en termes desquelles les dimensions sont exprimées. Cependant, Maxwell lui-même utilisait des crochets autour de toutes les expressions dimensionnelles. De plus, dans le cas des unités fondamentales, il soulignait que les crochets renvoyaient à l'unité concrète : [L] désignait l'unité concrète de longueur.

²⁹ Maxwell, *Traité* (note 21), II, partie IV, chapitre 10, section 623.

³⁰ Maxwell n'a pas expliqué explicitement comment il avait obtenu ces dimensions à partir des quinze relations dimensionnelles précédemment établies, et ce silence a parfois donné lieu à des interprétations divergentes de son travail. Ce fut notamment le cas lors d'une controverse qui a éclaté en Grande-Bretagne en 1882 et qui portait sur les dimensions du pôle magnétique dans le système d'unités électrostatique. Voir la section 4.1 ci-dessous.

les expressions des champs électriques et magnétiques correspondant respectivement aux lois de Coulomb :

$$\text{—pour le système électrostatique : } [F] = \frac{e}{L^2} \quad (2)$$

où F représente « l'intensité électrique en tout point » (la force électrique).³¹

$$\text{—pour le système électromagnétique : } [H] = \frac{m}{L^2} \quad (3)$$

où H était la « force magnétique » sur un pôle magnétique de magnitude unitaire (et correspond à ce que nous appellerions aujourd'hui l'intensité magnétique).³²

Pour obtenir, par exemple, [e] dans le système électrostatique, Maxwell a substitué dans [F] = — les dimensions de

F et e en fonction de L, T, M, e (voir [tableau 1](#)).³³

Maxwell a ensuite répertorié les dimensions de toutes les grandeurs électriques et magnétiques d'intérêt dans les systèmes d'unités électrostatiques et électromagnétiques³⁴. Étant donné que les dimensions de e et m différaient dans les deux systèmes et que les dimensions des autres grandeurs impliquaient celles de e et m (voir [équation \(1\)](#)), une même grandeur avait des dimensions différentes en termes de L, T et M selon le système d'unités considéré.³⁵ Cela résultait du fait que les deux systèmes étaient basés sur des lois de force différentes ([équations \(2\) et \(3\)](#)).

3. La diffusion de l'analyse de l'e dimensionnelle

3.1 Diffusion dans les manuels de physique

Grâce au succès du traité de Maxwell, l'analyse dimensionnelle s'est rapidement répandue dans le monde scientifique. En Grande-Bretagne, le sujet a très vite trouvé sa place dans les manuels de physique, quelques années après la publication du *traité*, c'est-à-dire à partir de la seconde moitié des années 1870. Ce processus de diffusion s'est produit un peu plus tard en France, à partir du début des années 1880.

Les manuels qui abordaient l'analyse dimensionnelle utilisaient la masse, la longueur et le temps comme unités fondamentales, tant pour les grandeurs mécaniques qu'électromagnétiques³⁶. Ces ouvrages étaient d'emblée très divers, tant par leur portée que par le niveau de connaissances en physique requis de la part de leurs lecteurs³⁷. Comme on pouvait s'y attendre, bon nombre de ces manuels se concentraient

³¹ Maxwell, *Traité* (note 21), II, partie IV, chapitre 10, section 625.

³² Ces systèmes correspondaient donc à ceux définis par Weber, comme discutés dans la section précédente.

³³ Contrairement à l'obtention de [m] dans le système électrostatique, il a substitué à [F] = — les dimensions de F et e en termes de L, T, M, m, puis a résolu pour m.

³⁴ Maxwell, *Traité* (note 21), II, chapitre 10, 242.

³⁵ Par exemple, le courant électrique avait les dimensions $[C] = \frac{e}{T} = L^{(3/2)} M^{(1/2)} T^{-(2)}$ dans le système électrostatique $= \frac{(L)^{1/2} (M)}{T^{1/2} T^{-1}}$ et $[C] = \frac{e}{T}$

dans le système électromagnétique. Il convient également de noter que c'est sur la base de ces résultats que Maxwell a défini v : comme on peut le voir

D'après le [tableau 1](#), le rapport entre les mesures électrostatiques et électromagnétiques d'une charge donnée est une vitesse : $\frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{L^{1/2} M^{1/2}} = L T^{-1}$, « le

dont la valeur absolue ne dépend pas de la grandeur des unités fondamentales utilisées. Cette vitesse est une grandeur physique importante, que nous désignerons par le symbole v. Maxwell, *Traité* (note 21), II, chapitre 10, 243. Dans le rapport de 1863 destiné au Comité, Maxwell et Jenkin avaient noté que Weber et Kohlrausch avaient trouvé cette vitesse très proche de celle de la lumière et, comme on le sait, Maxwell a identifié ces deux vitesses dans ses mémoires fondamentaux de 1862 et 1865. James Clerk Maxwell et Fleeming Jenkin, « On the Elementary Relations between Electrical Measurements », dans *Report of the British Association for the Advancement of Science* (1863), 149. James Clerk Maxwell, « A dynamical theory of the electromagnetic field », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155 (1865), 459–512. Cet article fait suite à la présentation de Maxwell à la Royal Society le 8 décembre 1864.

³⁶ À l'exception de W. Stanley Jevons, *The principles of science: a treatise on logic and scientific method* (Londres et New York, 1877). Il utilisait la densité au lieu de la masse en mécanique (D, L, T). Cependant, en électromagnétisme, il utilisait les symboles habituels M, L, T.

³⁷ Leur traitement présentait toutefois des caractéristiques communes : ils introduisaient généralement les dimensions en discutant d'abord des quantités mécaniques, et donnait les dimensions des quantités mécaniques les plus courantes.

Tableau 1. Dimensions de la charge et du pôle dans les systèmes électrostatiques et électromagnétiques.

Système électrostatique		Système électromagnétique	
$F = \frac{e}{L^2}$		$H = \frac{m}{L}$	
Dimensions des quantités concernées :		Dimensions des quantités concernées :	
En termes de e :	En termes de m :	En termes de e :	En termes de m :
$[F] = \frac{L M}{e T^2}$	$[F] = \frac{m}{L^2 M}$	$[H] = \frac{e}{L^2 M}$	$[H] = \frac{L M}{m T^2}$
$[e] = e$	$[e] = m T$	$[m] = e T$	$[m] = m$
Par conséquent, puisque $[F] = \frac{e}{L^2}$:		Par conséquent, puisque $[H] = \frac{m}{L^2}$:	
En termes de e :	En termes de m :	En termes de e :	En termes de m :
$\frac{L M}{e T^2} = \frac{e}{L^2}$	$\frac{m}{L^2 M} = \frac{m T^2}{m T^2 L^2}$	$\frac{e}{L^2 M} = \frac{e T^2}{L^2 M T^2}$	$\frac{L M}{m T^2} = \frac{m}{L^2 M T^2}$
De sorte que :		Ainsi :	
$[e] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$[m] = L^{1/2} M^{1/2}$	$[e] = L^{1/2} M^{1/2}$	$[m] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$

sur l'électromagnétisme.³⁸ En général, ils expliquaient brièvement qu'il existait plusieurs systèmes d'unités, notamment ceux longuement discutés par Maxwell, à savoir les systèmes électrostatique et électromagnétique.³⁹ Malgré la décision du Comité des normes électriques de la British Association en faveur du système électromagnétique, le système électrostatique est resté en usage pour des raisons pratiques.⁴⁰ La question ne fut tranchée qu'au premier Congrès international sur l'électricité, en 1881, à Paris, où le système électromagnétique fut adopté après un débat animé.⁴¹ Cependant même après cette date, les manuels mentionnaient souvent les deux systèmes et donnaient généralement les dimensions dans les deux.⁴²

Cependant, la diffusion de l'analyse dimensionnelle ne s'est pas limitée à l'électromagnétisme. Dès les premiers manuels d'électromagnétisme, les dimensions ont également été abordées dans des traités spécialisés traitant des unités et des mesures⁴³ et des présentations introductives sont également apparues dans divers manuels de physique. Là encore, le public visé était très divers : certains étaient des manuels d'introduction à la physique générale⁴⁴ ou même à la dynamique en particulier⁴⁵; d'autres étaient destinés aux candidats à des

³⁸ L. Cumming, *An introduction to the theory of electricity* (Londres, 1876), 220–229 ; E. Mascart et J. Joubert, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* (Paris, 1882) ; R. M. Ferguson, *Electricity* (Londres et Édimbourg, 1882) ; A. Gray, *Absolute Measurements in electricity and magnetism* (Londres et New York, 1884) ; J. T. Sprague, *Electricity, its theory, sources and applications* (Londres, 1884) ; F. Jenkin, *Electricity and magnetism* (Londres, 1887) ; A. Gray, *The theory and practice of absolute measurements in electricity and magnetism* (Londres, 1888) ; W. Larden, *Electricity for public schools and colleges* (Londres, 1889). La plupart étaient des ouvrages d'introduction ou de niveau intermédiaire destinés à des étudiants classiques, mais certains étaient assez spécialisés, notamment les deux ouvrages de Gray cités ci-dessus, qui traitaient spécifiquement de la question des mesures absolues et offraient un traitement technique détaillé des dimensions.

³⁹ Ils indiquaient généralement les dimensions des grandeurs électromagnétiques importantes dans ces deux systèmes d'unités, parfois sous forme de tableau. Probablement en raison de la controverse de 1882 concernant les dimensions du pôle magnétique dans le système d'unités électrostatique (abordée à la section 4.1), certains se sont écartés de Maxwell et n'ont donné que les dimensions des grandeurs magnétiques dans le système d'unités électromagnétique. Sprague, *Electricity* (note 38) ; Jenkin, *Electricity and magnetism* (note 38). Le manuel français de Mascart et Joubert mentionnait également brièvement le système électrodynamique, basé sur la loi d'Ampère. Mascart et Joubert, *Leçons* (note 38), 664.

⁴⁰ Celles-ci étaient notamment liées aux mesures de capacité des fils télégraphiques, car le retard des signaux dépendait de la résistance et de la capacité par unité de longueur.

⁴¹ Christine Blondel, « Négociations entre savants, industriels et administrateurs » : les premiers congrès internationaux d'électricité, dans *Relations internationales*, n° 62 (1990), p. 171–182.

⁴² Il y avait toutefois des exceptions : le traité de Wundt s'abstenait de donner explicitement les dimensions du système électrostatique pour cette raison, mais il ne s'agit pas d'un manuel d'électromagnétisme. W. M. Wundt, *Traité élémentaire de physique médicale* (Paris, 1884).

⁴³ J. D. Everett, *Illustrations of the Centimetre-gramme-second system of units* (Londres, 1875) ; J. D. Everett, *Units and constants* (Londres, 1879). Everett était professeur de philosophie naturelle au Queen's College de Belfast.

⁴⁴ A. Daniell, *A text book of the principles of physics* (Londres, 1885) ; W. A. Anthony et C. F. Brackett, *Elementary text-book of physics* (New York, 1888).

⁴⁵ Richard Wormell, *The principles of dynamics: an elementary text-book for science students* (Londres, 1876) (Wormell était le directeur de la London Middle Class School, où il avait auparavant enseigné les mathématiques).

des examens spécifiques,⁴⁶ et des discussions sur l'analyse dimensionnelle sont même apparues dans des ouvrages destinés aux étudiants en médecine ou en logique.⁴⁷ La diversité des manuels et le fait que beaucoup d'entre eux portaient sur la physique générale montrent que l'analyse dimensionnelle était en train de devenir un outil standard de la pédagogie et de la pratique scientifiques.⁴⁸

3.2 Recherches préliminaires : autres grandeurs fondamentales

Parallèlement, l'intérêt pour l'analyse dimensionnelle suscité par la publication *du Traité* de Maxwell s'est également traduit par des articles de recherche. Ceux-ci ont paru en Grande-Bretagne quelques années après la publication *du Traité*, puis en France à partir des années 1880, suivant ainsi globalement le schéma de diffusion observé pour les manuels. Ces derniers contenaient d'ailleurs souvent des idées originales. Bien que les différentes suggestions formulées dans les articles et les manuels n'aient jamais eu beaucoup d'adeptes, elles témoignent de la vitalité de la recherche contemporaine sur les fondements de l'analyse dimensionnelle, à une époque où le sujet était encore nouveau pour la communauté scientifique au sens large.

Les discussions ont porté sur le choix des unités fondamentales et ont souvent envisagé des alternatives possibles à l'utilisation de la longueur, du temps et de la masse comme grandeurs fondamentales. Certains auteurs ont en effet souligné le caractère naturel du choix standard, presque comme pour le justifier comme le seul choix sensé sur le plan théorique. L'ingénieur électricien Frank Géraldy (1838-1893) a notamment justifié le choix de L, T et M d'une manière qui le présentait comme intuitivement inévitable (⁴⁹). Le plus souvent, cependant, ce choix était présenté comme motivé par des considérations pratiques. Par exemple, dans son ouvrage consacré aux unités et aux constantes physiques, Joseph David Everett (1831-1904) a déclaré que « ce choix particulier [celui de la longueur, du temps et de la masse] est une question de commodité plutôt que de nécessité ». Et en effet, les considérations qu'Everett a énumérées comme pertinentes étaient purement pratiques.⁽⁵⁰⁾

La commodité, par opposition à la nécessité, impliquait bien sûr une certaine part d'arbitraire, il n'est donc pas surprenant que des alternatives aient été proposées. Cela a souvent été fait pour des raisons purement didactiques, afin de différencier ce qui était arbitraire dans le choix standard de ce qui était nécessaire. En effet, les auteurs en question pensaient que les unités fondamentales devaient être indépendantes les unes des autres. Comme

⁴⁶ Aimé Witz, *Cours de manipulations de physique, préparatoire à la licence* (Paris, 1883). Witz (1848 ? –1926) était professeur à l'Université catholique de Lille.

⁴⁷ Respectivement : W. M. Wundt, *Traité élémentaire de physique médicale* (Paris, 1884) ; Jevons, *The principles of science* (note 36). Wilhelm Maximilian Wundt (1832–1920) avait succédé à Helmholtz à l'université de Heidelberg en 1871 et était devenu professeur de philosophie et de psychologie expérimentale à Leipzig en 1884. William Stanley Jevons (1835–1882) était professeur d'économie politique à l'University College de Londres.

⁴⁸ Il convient de noter que certains auteurs (Jevons et Gray) font explicitement référence à Fourier. Il est fort probable que ces auteurs connaissaient

des travaux de Fourier, car Maxwell lui-même y faisait référence (bien que Jevons ait brièvement mentionné la théorie de la chaleur). Jevons, *The principles of science* (note 36), 326.

⁴⁹ Il a déclaré (traduction anglaise) : « Considérons [...] les quantités en fonction de leur origine :

Nous avons d'abord l'espace, qui nécessite une unité de longueur, cette dernière étant suffisante, comme nous le savons, pour mesurer les aires et les volumes. Dans cet espace se trouve la matière, et il faut savoir combien il y a de matière dans une quantité donnée d'espace ; c'est ce qu'on appelle la masse. Enfin, il faut enregistrer l'ordre des phénomènes et leur durée, c'est ce qu'on appelle le temps. » Frank Géraldy, « Le système des unités absolues et les unités électriques », *La Lumière électrique*, 5, (63) (5 novembre 1881), 182.

⁵⁰ Everett a expliqué :

« Voici les considérations les plus importantes qui doivent guider le choix des unités fondamentales :

- (1) Il doit s'agir de quantités pouvant être comparées de manière très précise à d'autres quantités du même type.
- (2) Cette comparaison doit être possible à tout moment. Les étalons doivent donc être permanents, c'est-à-dire qu'ils ne doivent pas être susceptibles de modifier leur grandeur avec le temps.
- (3) Une telle comparaison doit être possible partout. Par conséquent, les normes ne doivent pas être telles que leur ampleur varie d'un endroit à l'autre.
- (4) La comparaison doit être facile et directe. »

Joseph David Everett, *Units and constants*, 15-16. La prédilection d'Everett pour la commodité transparaît également dans un débat qu'il eut à peu près à la même époque avec James Thomson concernant la nomenclature et la signification des formules dimensionnelles : voir Daniel Jon Mitchell, « The Etherealisation of Common Sense? Late Nineteenth Century British Mathematics of Measurement and the Development of a Quantity Calculus », *Archive for History of Exact Sciences*, à paraître.



Roche a souligné qu'ils traitaient ces unités comme des éléments d'une base.⁵¹ Everett lui-même l'a explicitement déclaré.⁵² C'est pour illustrer ce point précis qu'Aimé Vaschy (1857-1899) a expliqué qu'on pouvait tout aussi bien utiliser M, V, F (masse, vitesse, force) à la place de M, L, T si cela semblait plus pratique, mais pas M, A, F (masse, accélération, force) car F est lié à M et A par la deuxième loi de Newton. On ne pouvait pas non plus utiliser M, V, W (masse, vitesse, travail) car le travail est équivalent à la masse $\times$ (vitesse)⁽²⁾.⁽⁵³⁾ Vaschy a également souligné que l'utilisation de la force à la place de la masse (c'est-à-dire F, L, T au lieu de M, L, T) serait acceptable selon ce critère, mais que la masse était préférable à la force pour des raisons pratiques. C'est dans le même esprit didactique qu'un autre auteur français, Henri Pellat, a envisagé de remplacer l'une des unités fondamentales standard par la force. Il a également déclaré que F, L, T serait un choix acceptable, tout comme L, M, F et F, M, T, et a expliqué que la quantité remplacée (telle que la masse si l'on utilise F, L, T) deviendrait une unité dérivée.⁽⁵⁴⁾

Nous trouvons également la substitution d'une grandeur fondamentale utilisée dans le cadre d'un argument (concernant le choix des unités de mesure). Gabriel Lippmann (1845-1921) a en effet discuté de l'utilisation de F, L, T pour étayer son argument dans une controverse concernant l'utilisation du dyne comme unité de force. Lippmann a classé dans ce tableau les dimensions des quantités électromagnétiques les plus importantes (intensité du courant, résistance, force électromotrice, capacité). Son tableau montrait que les dimensions de la résistance et de la capacité n'impliquaient pas F, pas plus que les relations utilisées pour convertir les systèmes d'unités électromagnétiques et électrostatiques. Ces résultats l'ont amené à conclure que le remplacement du dyne par une unité différente ne serait pas aussi problématique qu'on le pensait généralement, car cela n'affecterait que les valeurs numériques de l'intensité du courant et de la force électromotrice.⁽⁵⁵⁾

Aucune des alternatives à L, T, M qui viennent d'être évoquées ne suggérait réellement qu'un ensemble différent d'unités fondamentales pourrait être *préférable* à l'ensemble standard. Pourtant, plusieurs propositions de ce type ont été formulées.

L'une des motivations était que les dimensions devaient de préférence être « simples ». Concrètement, le critère de simplicité était lié au caractère entier des exposants dans les formules dimensionnelles des grandeurs électriques⁽⁵⁶⁾. Ce critère a notamment été défendu par Everett⁽⁵⁷⁾. Il a fait remarquer que pour les grandeurs électriques, le fait de remplacer la masse par la densité conduisait à des dimensions plus simples dans ce sens.⁵⁸ Le même critère de simplicité a également été utilisé par Riccardo Malagoli (1864-?) en 1897.⁵⁹ Malagoli a comparé les dimensions des grandeurs mécaniques, électriques et magnétiques en termes de Q_e , Q_m , W (c'est-à-dire la quantité d'électricité, la quantité de magnétisme et le travail ou l'énergie) à celles en termes de M, ⁽⁶⁰⁾ L, T. Il a conclu avec satisfaction qu'en termes de Q_e , Q_m , W , toutes les quantités avaient des dimensions entières. En outre, Malagoli avait d'autres critères de simplicité : il a également souligné que la plupart de ces dimensions n'impliquaient désormais que deux des trois unités fondamentales, et qu'aucun système d'unités n'avait donné uniquement des nombres entiers *positifs* pour les exposants.

On ne sait pas si le souci de simplicité d'Everett était lié à des considérations pratiques ou théoriques. En revanche, Malagoli était manifestement motivé par ces dernières : en référence au fait que ses nouvelles dimensions ne comportaient que deux unités fondamentales, il déclarait : « cela signifie que la plupart des

⁵¹ Roche, *Mathematics of Measurement* (note 2), chapitre 10.

⁵² « Trois unités indépendantes suffisent en théorie. » Everett, *Units and constants* (note 50), 15. C'est moi qui souligne.

⁵³ Aimé Vaschy, *Traité d'électricité et de magnétisme* (Paris, 1890), 3. Vaschy était professeur de télégraphie à l'École supérieure de télégraphie française.

⁵⁴ Henri Pellat, *Cours de physique à l'usage des élèves de la classe de mathématiques spéciales*, (Paris, 1883), 46.

⁵⁵ Gabriel Lippmann, « Sur le choix de l'unité de force dans les mesures électriques absolues », *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, xcii 92 (1881), 183–186.

⁵⁶ Everett, *Units and constants* (note 50), 16.

⁵⁷ Juste après avoir énuméré les considérations pratiques citées ci-dessus (voir note 50), Everett a déclaré : « Outre ces exigences expérimentales, il est également souhaitable que les unités fondamentales soient choisies de manière à faciliter la définition des différentes unités dérivées et à simplifier leurs dimensions. » Everett, *Units and constants* (note 50), 16.

⁵⁸ C'est-à-dire D, L, T au lieu de M, L, T. Le tableau des dimensions fourni par Everett montrait que L et T – et non D – avaient des exposants de dimensions entiers. Il décrivait ces dimensions comme « plutôt plus simples ». Everett, *Units and constants* (note 50), 134.

⁵⁹ Riccardo Malagoli était professeur de physique à l'Istituto tecnico de Modène, en Italie.

⁶⁰ Riccardo Malagoli, « Sur le changement des unités fondamentales dans les systèmes absolus de mesure », *L'Éclairage électrique*, 11 (25) (12 juin 1897), 536–538.

Les phénomènes ont des relations plus étroites [littéralement : plus étroites] avec ces nouvelles unités [c'est-à-dire Q_e , Q_m , W] qu'avec la longueur, la masse et le temps. »⁶¹ Ces préoccupations théoriques étaient probablement liées aux points de vue énergétistes. En effet, avant de se décider à étudier Q_e , Q_m et W , Malagoli avait suggéré de remplacer l'une des unités fondamentales par la force ou le travail, au motif que, contrairement au temps, il s'agirait d'une « unité primitive » et que le travail était « une grandeur prédominante dans la plupart des phénomènes physiques ». ⁶² Il était d'accord avec la suggestion d'Oswald de remplacer l'unité de masse par l'unité d'énergie, et partageait clairement la motivation selon laquelle « l'existence de l'énergie est plus certaine que celle de la matière ». ⁶³

En fait, on trouve des points de vue similaires dès 1877 dans les travaux de Stanley Jevons (1835-1882) en Grande-Bretagne ⁽⁶⁴⁾. Jevons suggérait que l'unité de masse devrait idéalement être remplacée. Il la considérait comme une « unité provisoire » par opposition aux « unités primaires » ⁽⁶⁵⁾. C'est la densité plutôt que l'énergie que Jevons considérait comme primaire, de sorte qu'il prédisait que D , L , T finiraient par remplacer M , L , T . ⁽⁶⁶⁾ Il était explicitement motivé par des opinions énergétistes : « En fin de compte, comme nous pouvons difficilement en douter, tous les phénomènes seront reconnus comme autant de manifestations de l'énergie ; et, étant exprimés en termes d'unité d'énergie, ils seront référençables aux unités primaires que sont l'espace, le temps et la densité. » ⁶⁷

Dans les cas qui viennent d'être évoqués, certains choix d'unités fondamentales ont été jugés plus naturels que d'autres au motif qu'ils reflétaient une hiérarchie existante entre les grandeurs physiques. En outre, on trouve également des tentatives visant à mettre en place un ensemble d'unités fondamentales qui pourraient être considérées comme naturelles sans faire appel à la notion de hiérarchie. En 1881, George Stoney (1826-1911) a notamment proposé un système qui, selon lui, permettrait d'obtenir des équations plus élégantes en physique. ⁶⁸ Ce qu'il entendait par « naturel » était essentiellement synonyme d'« universel ». ⁶⁹ Pour satisfaire cette exigence, Stoney a choisi comme unités fondamentales des quantités que l'on appellerait aujourd'hui des constantes naturelles : la vitesse représentant le rapport entre les unités des systèmes électromagnétique et électrostatique, c'est-à-dire c , la constante gravitationnelle G et la quantité d'électricité échangée lors de la rupture d'une liaison chimique. ⁷⁰

Outre les alternatives à L , T et M , on trouve également des tentatives visant à éliminer certaines de ces grandeurs. L'approche générale consistait à relier les unités fondamentales entre elles par des lois physiques d'un caractère universel approprié, un peu dans l'esprit défendu par Stoney ⁷¹. En fait, de telles suggestions avaient été faites bien avant la publication du *Traité* de Maxwell. En 1857, Weber et Kohlrausch avaient souligné qu'il était possible de relier l'unité de masse à celles de longueur et de temps en utilisant la loi de la gravitation de Newton, puis de relier l'unité de temps à celle de longueur en utilisant la loi de Weber (bien qu'ils n'aient bien sûr pas exprimé les relations pertinentes en termes de dimensions). ⁽⁷²⁾

⁶¹ Ibid., 538.

⁶² Malagoli suggéra de remplacer l'unité de temps, qui, selon lui, n'était ni primitive ni fondamentale puisqu'elle pouvait être dérivée des unités de masse et de longueur. Comme nous le verrons bientôt, ce point de vue était quelque peu inhabituel : lorsqu'on abordait ce sujet, on considérait généralement que l'unité de masse pouvait être dérivée de la longueur et du temps. Ibid., 536.

⁶³ Ibid., 538. Malagoli a insisté sur le fait qu'il ne connaissait pas encore la proposition d'Oswald lorsqu'il a fait sa propre suggestion.

⁶⁴ Rappelons que W. Stanley Jevons était professeur d'économie politique à l'University College de Londres.

⁶⁵ Jevons, *The principles of science* (note 36), 323–326.

⁶⁶ Rappelons qu'en 1879, Everett avait également discuté des avantages de l'utilisation de D , L , T , mais comme les dimensions étaient « plus simples » dans ce système, une

considération à laquelle Jevons n'a pas fait allusion.

⁶⁷ Jevons, *The principles of science* (note 36), 323–324.

⁶⁸ George Johnstone Stoney était vice-président de la *Royal Dublin Society*. Il considérait la présence de coefficients comme la conséquence malheureuse d'un choix arbitraire d'unités. Il déclarait : « ... si nous prenons ces unités comme unités fondamentales au lieu de les choisir arbitrairement, nous mettrons nos expressions quantitatives dans une relation plus pratique, et sans doute plus intime, avec la nature telle qu'elle existe réellement. » George Johnstone Stoney, « On the physical units of nature », *Philosophical Magazine*, 11 (1881), 384.

⁶⁹ « À cette fin, nous devons sélectionner des phénomènes qui prévalent dans l'ensemble de la nature et qui ne sont pas spécifiquement associés à des corps individuels. » Ibid.

⁷⁰ Ibid., 384–385. En effet, il pensait que cette quantité d'électricité était également une constante universelle. Il va sans dire que ces unités n'ont pas

à satisfaire certaines des exigences pratiques que l'on attendait désormais des normes absolues. C'est uniquement pour des raisons théoriques que Stoney les a privilégiées.

⁷¹ Il convient de noter que cela contredit le fait évoqué plus haut, selon lequel plusieurs chercheurs considéraient L , T et M comme indépendants les uns des autres, comme

nous le verrons à la fin de la présente section.

⁽⁷²⁾ Comme indiqué ci-dessus (note de bas de page 17), Gauss et Weber se sont parfois approchés des considérations dimensionnelles car, à l'instar de l'analyse dimensionnelle, la mesure absolue a trait à la relation entre une grandeur dérivée et des unités fondamentales. Cependant, ils n'ont pas exprimé ces relations sous la forme d'une expression impliquant des unités fondamentales et leurs puissances. En 1857, Weber et Kohlrausch ont souligné qu'on pouvait prendre comme unité la masse qui (si elle était concentrée en un point) exercerait une



Ce qui est le plus pertinent pour la présente discussion, c'est que Maxwell lui-même a fait des suggestions en ce sens dans son *Traité* : il a présenté deux façons de réduire l'unité de masse et a donné les dimensions qui en résultent. Dans une première option, on pourrait élever la densité d'une substance particulière (l'eau) au rang de norme, en lui attribuant le rôle d'unité de densité. Alors [M] « n'est plus indépendante, mais varie comme l'unité de volume, ou comme $[L^{(3)}]^{-1}$ », car l'unité de masse pouvait désormais être définie comme la masse d'une unité de volume d'eau.⁽⁷³⁾ Une deuxième option consistait à utiliser l'attraction gravitationnelle :

$$= \frac{m}{r^2} \quad (4)$$

où a est l'accélération subie par une masse située à une distance r de la masse m . Cela implique que [M] doit avoir les dimensions $[L^3 T^{-2}]$.⁷⁴

Il existe deux façons de comprendre le premier résultat (à savoir que [M] varie comme $[L^3]$). On peut considérer qu'il indique

[M] = $[L^3]$; cela revient à considérer la norme de densité comme sans dimension. On peut également la considérer comme une unité concrète dimensionnelle [D] ; alors [M] = $[L^3]$ [D]. Cela revient en fait à remplacer la masse par la densité comme unité fondamentale, sans réduire réellement le nombre d'unités fondamentales. Le deuxième cas, cependant, avec [M] = $[L^{(3)} T^{(-2)}]$, constitue sans ambiguïté une telle réduction. C'est sans doute pour cette raison que la plupart des discussions sur la réduction du nombre de quantités fondamentales au début de la diffusion de l'analyse dimensionnelle ont utilisé le deuxième schéma : Joseph Everett, Hermann von Helmholtz et Geza Szavardy l'ont tous fait.⁷⁵ Everett s'est arrêté là, en éliminant uniquement la masse, mais Helmholtz et Szavardy sont allés plus loin en réduisant le nombre de quantités fondamentales à une seule. Helmholtz l'a fait en utilisant également la première suggestion de Maxwell, en traitant la densité de l'eau comme une unité ; de cette manière, seule l'unité de longueur restait à choisir arbitrairement.⁷⁶ En revanche, Szavardy a utilisé deux lois de la force électromagnétique : la loi de Coulomb entre les charges électrostatiques (qui donne $[Q] = [F]^{1/2} L$), et la loi de Weber qui relie deux charges se déplaçant à

une vitesse relative V telle que $[Q] = \frac{[F]^{1/2} L}{V}$. À partir de là, il a obtenu $V = 1$, donc $T = L$, de sorte qu'il a conclu que
conclut que $M = L = T$.⁷⁷ Ce qu'il voulait dire par là, c'est que les trois unités n'étaient pas indépendantes les unes des autres : une seule d'entre elles pouvait être choisie arbitrairement, et changer ce choix affecterait les deux autres unités.⁷⁸

force gravitationnelle telle qu'une autre masse située à une distance d'une unité mettrait une unité de temps pour acquérir une vitesse égale au rapport entre une unité de distance et une unité de temps. Ils ont ensuite remarqué que l'unité de temps pouvait être liée à celle de la longueur, en prenant comme unité le temps nécessaire à deux charges électriques pour se rapprocher ou s'éloigner d'une unité de longueur lorsque leur vitesse relative est telle qu'elles n'exercent aucune force l'une sur l'autre. En effet, selon la loi de Weber, il existe une vitesse à laquelle deux charges en mouvement relatif n'exercent aucune force l'une sur l'autre. Ainsi, toutes les unités pourraient être liées à l'unité de longueur. Weber et Kohlrausch ont discuté de cette question dans un souci d'exhaustivité, sans suggérer que les unités de masse et de temps devraient être remplacées dans la pratique. von Kohlrausch & W. Weber, « Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondere Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maass (1857) », dans *Wilhelm Weber's Werke* (Berlin : 1893), 667–668.

⁷³ Maxwell a précisé que c'était le cas dans le « système français ». Maxwell, *Traité* (note 21), I, Préambule, 4. Dans la notation de Maxwell,

⁷⁴ [M] représente l'unité concrète de masse.

⁷⁵ Maxwell, *Traité* (note 21), I, Préliminaire, 4–5. Pour être plus précis, Maxwell n'a pas raisonné directement sur un mouvement de translation ρ mais l'a utilisé pour souligner que la distance s parcourue en un temps t par un corps initialement au repos est donnée par

$s = \frac{1}{2} a t^2$; il a ensuite raisonné sur la base de cette dernière relation.

équation. Cela s'explique probablement par le fait que la deuxième équation impliquait des quantités directement mesurables. Maxwell a qualifié cela de « système astronomique ». Ibid. Comme Everett l'a fait remarquer plus tard, cela n'est pas suffisamment précis pour des applications en dehors de l'astronomie. Everett, *Units and constants* (note 50), 60.

⁷⁶ Everett, *Units and constants* (note 50), 23–24 ; Hermann von Helmholtz, « On systems of absolute measures for electric and magnetic quantities », *Philosophical magazine*, 14 (1882), 431–432 ; Geza Szavardy, « Sur les systèmes d'unités absolues », *La Lumière Électrique*, 14 (1884), 323–324.

⁷⁷ Helmholtz, « On Systems » (note 75), 432. À partir de la loi de la gravitation et de la deuxième loi de Newton, il a écrit la relation entre M , L et T sous une forme qui impliquait la densité, $M L^{-3} : [m^2 r^{-2}] = [m.a] \Rightarrow M L^{(-3)} = [T^{(-2)}]$ Il a ensuite pris la densité de l'eau comme unité, ce qui a fixé l'unité de temps, tandis que l'unité de masse était donnée par la loi de la gravitation.

⁷⁸ Basé respectivement sur la loi électrostatique de Coulomb et la loi d'Ampère.

⁷⁹ Szavardy, « Sur les systèmes », (note 75), 325–327. Un autre ingénieur français, Claude Clavenad, a également publié un article dans lequel il réduit le nombre d'unités fondamentales à une seule. Contrairement à Szavardy, il part de L , T , Q au lieu de L , T , M . Cependant, son

Ces différentes suggestions ont montré que la diffusion de l'analyse dimensionnelle a immédiatement inspiré des recherches sur ses fondements. Il est à noter que, malgré l'utilisation généralisée de la longueur, du temps et de la masse comme grandeurs fondamentales, des alternatives possibles ont été étudiées pour diverses raisons, allant d'intérêts didactiques à théoriques, en passant par des préoccupations énergétiques. Cette diversité n'a que rarement conduit à des divergences d'opinion. Il y avait toutefois un point de désaccord important. Certains soutenaient que les grandeurs fondamentales utilisées devaient être indépendantes les unes des autres et au nombre de trois ; d'autres affirmaient que le nombre de grandeurs fondamentales pouvait être réduit en les reliant entre elles, rejetant ainsi l'idée qu'elles étaient indépendantes. Bien que clairement antithétiques, ces deux positions se sont très rarement traduites par des expressions conscientes de désaccord. Un seul cas, celui d'Aimé Vaschy, partisan de la base, a fait exception à cette règle. En 1890, il déclara que « les tentatives visant à relier [la longueur, le temps et la masse] entre eux par des lois naturelles, telles que la gravitation universelle, ne reposent que sur des illusions »⁽⁷⁹⁾. Vaschy n'a pas fourni d'argument explicite à l'appui de sa position. Cependant, il est raisonnable de penser qu'elle était liée à sa vision générale des dimensions.⁸⁰ En effet, avec Ernest Mercadier (1836-1911), Vaschy défendait ardemment l'idée que les dimensions sont intimement liées à la nature des quantités physiques.⁸¹ Cela revenait à une résurgence des notions pré-Fourier sur l'homogénéité et les dimensions. C'est à cette question importante que nous allons maintenant nous intéresser.

4. Résurgence des notions pré-Fourier

4.1 Les idées d'Ernest Mercadier et d'Aimé Vaschy sur la nature des dimensions

Depuis les travaux de Fourier, le concept de dimension était intimement lié à celui d'unité, il semblait donc naturel que la même grandeur physique ait des dimensions différentes dans les systèmes d'unités électrostatiques et électromagnétiques. Comme nous l'avons vu dans la section précédente, Maxwell a même soutenu qu'une grandeur mécanique telle que la masse avait des dimensions différentes selon l'équation utilisée pour la définir.⁸²

Les désaccords concernant la pluralité des dimensions d'une même grandeur sont apparus pour la première fois en 1882. À cette époque, la question portait sur les dimensions dans un *même système d'unités*. Le catalyseur fut un mémoire, publié pour la première fois en Allemagne, dans lequel Rudolf Clausius proposait des dimensions différentes de celles dérivées par Maxwell pour le pôle magnétique dans le système électrostatique, et jugeait ces dernières erronées. La controverse s'est rapidement étendue à la Grande-Bretagne, où une série d'articles rédigés par plusieurs scientifiques ont été publiés dans le *Philosophical magazine* afin de clarifier l'origine de cette divergence. Plusieurs stratégies ont été mises en œuvre pour tenter de résoudre le problème. Certains protagonistes ont considéré que certaines équations, voire certains phénomènes, étaient plus fondamentaux que d'autres.⁽⁸³⁾ D'autres ont choisi d'analyser la différence

Le raisonnement était souvent assez obscur, pour ne pas dire douteux. Claude Clavenad, « Propositions fondamentales sur l'homogénéité et les équations physiques absolues », *La lumière électrique*, 48 (25) (24 juin 1893), p. 551-555.

⁷⁹ « Les tentatives faites jusqu'ici pour les relier entre elles par des lois naturelles, telles que celle de la gravitation universelle, ne reposent que sur des illusions. » Aimé Vaschy, *Traité d'électricité*, (note 53), 5.

⁸⁰ La loi de la gravitation pouvait être utilisée de cette manière car elle ne contenait aucune constante gravitationnelle. Vaschy pensait peut-être que le fait de ne pas inclure un coefficient dimensionnel constituait une hypothèse injustifiée ; comme nous le verrons dans la section suivante, c'était une préoccupation majeure pour lui.

⁸¹ Mercadier était également professeur de télégraphie à l'École supérieure de télégraphie française, tout comme Vaschy.

⁸² Que l'on comprenne l'affirmation selon laquelle $[M]$ varie comme $[L]^3$ comme signifiant $[M] = [L]^3[D]$ ou comme signifiant $[M] = [L]^3$ cela diffère des dimensions dans le système d'unités astronomique, $[M] = [L]^3 T^{-2}$ puisque $[D]$ n'implique pas T.

⁸³ Le résultat de Clausius était basé sur l'équivalence entre une boucle de courant et un aimant. Il privilégiait cette relation car elle reposait sur

une analogie entre le magnétisme et l'électrostatique, plutôt que sur une loi impliquant ces deux domaines à la fois, comme l'avait fait Maxwell. Rudolf Clausius, « On the different systems of measures for electric and magnetic quantities », *Philosophical magazine and journal of science*, 13 (83) (1882), 381-398, en particulier 386. D'autres ont rejeté la relation utilisée par Clausius pour cette même raison, arguant que son caractère analogue la rendait moins naturelle qu'une relation exprimant une force mesurable. Voir notamment Josef Larmor, « On the Electrostatic Dimensions of a Magnetic Pole », *Philosophical magazine and journal of science*, 13 (83) (1882), 430, et Charles Kasson Wead « On the dimensions of a magnetic pole in the electrostatic system of units », *Philosophical Magazine*, 13 (84) (1882), 531.



entre les résultats de Maxwell et ceux de Clausius en introduisant dans la loi de la force des coefficients dimensionnels exprimant l'influence du milieu entourant les charges ou les pôles.⁸⁴ Cette approche s'est finalement avérée fructueuse. La controverse prit fin après qu'Oliver Lodge eut attribué le désaccord à une différence culturelle entre les communautés scientifiques du continent et de Grande-Bretagne : les premières avaient tendance à négliger le milieu, alors qu'il était primordial dans l'esprit des Britanniques. Selon Lodge, cela avait conduit Clausius à négliger la perméabilité dans la relation entre une boucle de courant et un aimant.⁸⁵ Pourtant, tout au long de la controverse sur les dimensions du pôle magnétique, les acteurs impliqués n'ont en aucune façon remis en question la légitimité d'attribuer des dimensions différentes à une grandeur physique *dans différents systèmes d'unités*. L'année suivante cependant, en 1883, c'est précisément ce qui fut soudainement et vigoureusement critiqué par Ernest Mercadier et Aimé Vaschy.⁸⁶ Tous deux étaient professeurs de télégraphie, connaissaient bien *le Traité* de Maxwell et jouaient un rôle actif dans sa diffusion en France.⁸⁷ Ils enseignaient tous deux à l'École Supérieure de Télégraphie (fondée récemment en 1878), où ils incluaient de nombreux aspects *du Traité* de Maxwell dans leur enseignement.⁸⁸ Ils étaient également proches de la communauté des physiciens.⁸⁹

En rupture avec la tradition de Fourier, Mercadier et Vaschy ont souligné que les dimensions expriment la nature des grandeurs physiques et ont soutenu que l'existence de plusieurs systèmes dimensionnels était donc inacceptable sur le plan théorique.⁹⁰ Ils ont élevé au rang d'axiome la notion selon laquelle une grandeur ne doit avoir qu'un seul ensemble de dimensions :

Une grandeur mécanique ou physique, si elle est bien définie mathématiquement ou expérimentalement, ne peut avoir qu'une seule formule dimensionnelle, c'est-à-dire qu'elle ne peut être représentée que d'une seule manière en termes d'unités mécaniques fondamentales (longueur, temps, masse).⁹¹

Cette notion radicale apparaît ailleurs dans les travaux de Vaschy et Mercadier :

Les dimensions d'une quantité résultent de [...] la nature de cette quantité et sont en quelque sorte sa représentation analytique.⁹²

et :

Les dimensions de la quantité d'électricité constituent la définition analytique même de cette quantité : elles caractérisent sa nature physique telle qu'elle est conçue dans l'état actuel de la science.

Ces dimensions sont donc absolument *déterminées et uniques*.⁹³

⁸⁴ Everett, « On the dimensions of a magnetic pole in the electrostatic system of units », *Philosophical Magazine*, 13 (83) (1882), 432–434, Joseph John Thomson « On the dimensions of a magnetic pole in the electrostatic system of units », *Philosophical Magazine*, *Philosophical Magazine*, 13 (83) (1882), 427–429.

⁸⁵ Sybil G. de Clark, « Les dimensions du pôle magnétique : une controverse au cœur des débuts de l'analyse dimensionnelle », *Archive for History of Exact Sciences*, 70 (3) (2016), 293–324.

⁸⁶ Mercadier et Vaschy étaient tous deux ingénieurs télégraphistes de formation et sont généralement décrits en français comme « ingénieurs des télégraphes », bien que les travaux de Vaschy, en particulier, aient eu un caractère plus théorique que *strictement* technique.

⁸⁷ Tout comme d'autres ingénieurs télégraphistes. Michel Atten, *Les théories électriques en France - 1870-1900* (Thèse de Doctorat, EHESS, Paris, 1992), chapitre 8, en particulier 126-131. En fait, Seligmann-Lui, qui a traduit *le Traité* de Maxwell en français, était également ingénieur télégraphiste.

⁸⁸ Mercadier dirigeait le laboratoire de cette institution.

⁸⁹ Mercadier était membre fondateur de la Société française de physique.

⁹⁰ On peut se demander si les opinions des deux ingénieurs étaient influencées par l'interprétation de Maxwell selon laquelle *v* correspond à la vitesse à laquelle la lumière

se propage (que *v* soit considéré comme une résistance ou comme le rapport entre l'unité électromagnétique et l'unité électrostatique de l'électricité). Maxwell, *Traité* (note 21), II, chapitre 19, sections 771-773. Cependant, il n'existe aucune preuve directe à cet effet dans les articles de Vaschy et Mercadier. Plus généralement, concernant la question de savoir si Maxwell et William Thomson considéraient la résistance comme une vitesse sur la base de ses dimensions, voir Mitchell, « Making Sense of Absolute Measurement » (note 24) : 13-14.

⁹¹ Ernest Mercadier et Aimé Vaschy, « Sur les unités électriques et magnétiques », *Annales télégraphiques*, 10 (janvier-février 1883), 7. Notez que contrairement à Maxwell, Mercadier et Vaschy parlent des dimensions d'une grandeur physique, et non des dimensions d'une unité de grandeur physique (comme le faisait Maxwell). Cela n'était toutefois pas inhabituel : il était déjà courant à l'époque de se référer à la quantité elle-même.

⁹² Ibid., 6.

⁹³ Italiques dans l'original. Ernest Mercadier, « Études sur les éléments de la théorie électrique », *La lumière électrique*, vol. 8, n° 15 (14 avril 1883), 465.

De plus, Vaschy affirmait que l'inverse était également vrai, c'est-à-dire que les dimensions d'une quantité la déterminaient :

D'une manière générale, les dimensions spécifiques ne peuvent se référer qu'à une quantité physique spécifique et suffisent à en déterminer la nature, voire à en expliquer le mécanisme même.⁹⁴

Cette perception a même motivé Vaschy à proposer un modèle physique pour les phénomènes électromagnétiques sur la base des dimensions de la densité de charge électrique superficielle.⁹⁵

Peut-être inspirés par la controverse déjà évoquée, et certainement par leurs opinions maxwelliennes qui accordaient au milieu un rôle fondamental dans la propagation des actions électromagnétiques, Mercadier et Vaschy attribuèrent l'ambiguïté qui régnait alors sur les formules dimensionnelles des grandeurs électrodynamiques à l'ignorance contemporaine des dimensions réelles des coefficients dans les équations électromagnétiques : le système électrostatique se résumait à rendre sans dimension le coefficient de la loi électrostatique de Coulomb, et le système électromagnétique faisait de même avec les coefficients de l'équation de Coulomb pour le magnétisme et de la formule de Biot-Savart. Mercadier et Vaschy ont souligné le caractère arbitraire de ces choix. Selon eux, seules des expériences pouvaient trancher de manière définitive entre ces deux options, une attitude qui rappelle celle de Lodge dans la controverse sur les pôles magnétiques, qui avait également suggéré des expériences impliquant un aimant et un solénoïde pour régler la question.⁹⁶ Ils proposèrent une série d'expériences destinées à découvrir si les forces entre deux aimants et deux boucles de courant dépendaient du milieu environnant.⁹⁷ Ils pensaient que si ce n'était pas le cas, cela impliquait que les coefficients dans les lois de force correspondantes n'avaient pas de dimensions : ils considéraient comme acquis que si une quantité restait constante indépendamment de tout autre changement physique, elle était nécessairement sans dimension.

4.2 Influence des idées de Vaschy et Mercadier

L'impact des travaux de Vaschy et Mercadier est difficile à évaluer. Leur idée centrale était que les dimensions sont déterminées par la nature de la quantité, et les faits semblent leur donner raison. Comme nous le verrons, après la contribution des deux ingénieurs, un certain nombre d'articles de recherche ont considéré comme acquis que les grandeurs physiques et les coefficients des lois de la force ne pouvaient avoir qu'une seule formule dimensionnelle légitime, déterminée par des faits physiques (tels que les propriétés du milieu), ce qui impliquait que les dimensions attribuées par les systèmes d'unités électrostatiques et électromagnétiques ne devaient pas être considérées comme définitives. En revanche, l'idée que les dimensions fixent la nature d'une grandeur était rarement exprimée.

La principale difficulté pour évaluer l'influence de Vaschy et Mercadier réside dans le fait que seuls quelques articles font explicitement référence à leurs travaux. Il est certes significatif que personne n'ait critiqué leurs idées principales, bien que celles-ci fussent assez peu orthodoxes à l'époque. Il est difficile de déterminer dans quelle mesure cette situation était due à un consensus ou à la confusion suscitée par ce caractère peu orthodoxe. Cela suggère toutefois que ceux qui auraient pu être en désaccord à l'époque ne se sentaient pas en mesure d'opposer des arguments convaincants aux principales thèses de Vaschy et Mercadier. Et en effet, la réaction la plus immédiate, celle de Maurice Lévy (1838-1910), ne concernait qu'un aspect très spécifique de leur raisonnement. Lévy acceptait sans commentaire l'idée que les dimensions des coefficients dans les lois de la force électromagnétique devaient être une question de fait physique. ⁽⁹⁸⁾

⁹⁴ Aimé Vaschy, « Note sur les divers systèmes d'unités électriques », *La lumière électrique*, vol. 8 n° 2 13 (janvier 1883), 47.

⁹⁵ Aimé Vaschy, « Sur les unités mécaniques et électriques », *Annales Télégraphiques*, 10 (1883), p. 182-185.

⁹⁶ Cela soulève la question de savoir si les travaux de Vaschy et Mercadier ont été en partie inspirés par la controverse sur les pôles magnétiques en Grande-Bretagne

Grande-Bretagne. Ils n'y font pas référence, ce qui rend la question incertaine, mais étant donné que les travaux de Vaschy et Mercadier ont été publiés environ six mois plus tard, cela semble tout à fait plausible.

⁹⁷ Ernest Mercadier et Aimé Vaschy, « Sur les unités », (note 91), 13-14 ; Mercadier et Vaschy, « Sur les dimensions des grandeurs électriques et magnétiques », *Journal de Physique*, série 2 t.2 (juin 1883), 252-253.

⁹⁸ Maurice Lévy, « Sur une Communication de MM. Mercadier et Vaschy, relative aux conséquences qu'on peut déduire des relations entre les grandeurs électriques », *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 96 (1883), 250. Lévy était ingénieur civil et mathématicien. Mercadier et Vaschy avaient déclaré que le coefficient dans la loi d'Ampère était probablement sans dimension et que seule



En France, beaucoup semblent avoir réagi de la même manière et ont commencé à attribuer la pluralité des systèmes d'unités et des formules dimensionnelles existants à l'ignorance des dimensions réelles des coefficients concernés. Cela a donné lieu à un certain nombre d'études visant à traiter cette incertitude d'une manière ou d'une autre.⁹⁹

Il convient de noter **que** le deuxième article qui fait explicitement référence aux travaux de Vaschy et Mercadier, publié en 1885 par J. Boulanger, propose une analyse théorique visant à clarifier davantage la situation⁽¹⁰⁰⁾. Une telle analyse aurait très bien pu être faite avant la contribution de Vaschy et Mercadier, mais il ressort clairement de l'étude de Boulanger qu'il avait complètement adopté leur point de vue. ^{En effet}⁽¹⁰²⁾, lorsqu'il fait référence à leurs travaux, c'est pour affirmer qu'ils ont « montré qu'on ne peut pas mettre à l'unité certains coefficients ». ⁽¹⁰¹⁾ Il partageait explicitement l'avis des deux ingénieurs selon lequel « l'indétermination existe uniquement parce que les relations ne représentent pas complètement les expériences ; cette indétermination disparaîtrait si nous connaissions le mécanisme intime des actions électriques et magnétiques ». (

Même s'ils ne faisaient pas explicitement référence aux articles de Vaschy et Mercadier de 1883, certains travaux ultérieurs partageaient leur point de vue sur l'indétermination des coefficients, soulignant que les dimensions attribuées par les systèmes d'unités électrostatiques et électromagnétiques devaient être considérées comme provisoires, car les dimensions réelles des coefficients étaient encore inconnues. Ainsi, en 1897, l'ingénieur télégraphiste Emile Brylinski (1867-1957) critiqua les travaux de Malagoli sur les unités fondamentales, car les dimensions que Malagoli attribuait aux quantités d'électricité et de magnétisme (qu'il suggérerait d'utiliser comme quantités fondamentales) étaient basées sur le système électromagnétique, qui suppose $k' = 1$. Brylinski insistait sur le fait que cela ne pouvait pas être correct, car les forces en jeu dépendaient du milieu, et que les dimensions de k' en termes de L , T , M n'étaient pas encore connues. ⁽¹⁰³⁾ D'autres sont allés au-delà de la simple analyse de cette indétermination et ont tenté d'aborder le problème de différentes manières : généralement en trouvant des relations dimensionnelles fiables, et parfois en essayant de deviner les dimensions correctes des quantités pertinentes. En effet, comme les expressions données dans les systèmes d'unités utilisés ne pouvaient être considérées comme fiables, une approche consistait à se concentrer sur ce qui pouvait l'être. Plusieurs chercheurs ont cherché des relations dimensionnelles qui se maintenaient indépendamment du système d'unités considéré, ce qui impliquait souvent d'ajouter une quantité fondamentale à L , T , M – à titre provisoire.

ou non.

En Grande-Bretagne, en 1889, Arthur W. Rücker (1848-1915) a publié une étude entièrement consacrée à la suggestion d'ajouter à L , T , M ce qu'il appelait des « unités fondamentales secondaires » pour représenter les dimensions des quantités lorsque celles-ci n'étaient en fait pas connues, au lieu de « supprimer » leurs dimensions en traitant arbitrairement ces quantités comme des nombres, comme cela se faisait notamment en électromagnétisme avec les coefficients des lois de la force.¹⁰⁴ Rücker a donc fait valoir que les dimensions des grandeurs électromagnétiques devaient être exprimées en termes de L , T , M et de capacité inductive (K) et

des expériences pourraient trancher la question. Lévy reconnaissait l'importance des expériences dans ce domaine, mais ne partageait pas leur intuition concernant le caractère sans dimension du coefficient dans la loi d'Ampère.

⁹⁹ Une fois encore, il est difficile de savoir si la controverse sur les pôles magnétiques a peut-être facilité l'adoption des vues de Mercadier et Vaschy concernant l'importance des coefficients dont les dimensions étaient inconnues ; aucune référence explicite n'a été faite à la controverse antérieure.

¹⁰⁰ Boulanger fit remarquer qu'en électromagnétisme, il existait huit relations impliquant dix inconnues : les six grandeurs physiques (quantité d'électricité, capacité, force électromotrice, résistance, intensité du courant et masse magnétique) étaient liées entre elles par quatre définitions ($Q = I t$, $Q = CE$, loi d'Ohm et loi de Joule) et quatre lois de la force (les deux lois de Coulomb, la loi d'Ampère et la loi de Biot-Savart). Comme les quatre lois impliquaient quatre coefficients, il y avait au total dix inconnues au lieu de six. On obtenait alors différents systèmes (il en a répertorié cinq au total) en fixant deux des quatre coefficients à 1 (les rendant ainsi sans dimension) et en ignorant les deux autres lois de la force, afin d'obtenir six relations avec six inconnues. J. Boulanger, « Des systèmes d'unités dits absolus », *La lumière Electrique*, 16 (4 avril 1885), 3-5. Il s'agit probablement de Julien Auguste Boulanger, qui travaillait dans l'armée.

¹⁰¹ « MM. Mercadier et Vaschy ont montré que l'on n'avait pas le droit d'égaliser à l'unité certains coefficients. » Boulanger, « Des systèmes », (note 100), 4.

¹⁰² Boulanger, « Des systèmes », (note 100), 4.

¹⁰³ E. Brylinski, « Sur le changement des unités fondamentales dans les systèmes absolus de mesure », *L'Éclairage Electrique*, 12 (28) (3 juillet 1897), 61. Brylinski devait devenir président du Comité électrotechnique dans les années 1920 et 1930.

¹⁰⁴ Arthur W. Rücker, « On the suppressed dimensions of physical quantities », *Philosophical Magazine*, série 5, vol. 27 (1889), 104-114.

Rücker était un physicien britannique et professeur au Royal College of Science.

perméabilité magnétique (μ) – qui étaient respectivement l'inverse des coefficients k et k' . Une traduction française de l'article de Rücker fut publiée l'année suivante, en 1890.¹⁰⁵

On ne sait pas dans quelle mesure les travaux de Rücker ont été inspirés par ceux de Mercadier et Vaschy, mais ils semblent avoir eux-mêmes suscité d'autres études de la part de chercheurs français. Trois ans plus tard, en 1893, plusieurs articles suggérant également d'ajouter des quantités fondamentales ont été publiés en France ; l'un d'eux mentionnait explicitement les travaux de Rücker. Il est intéressant de noter que l'auteur pensait que Rücker s'était « inspiré des idées de Mercadier et Vaschy ». ⁽¹⁰⁶⁾

L'une des études de 1893 en question était due à Mercadier. Il a dérivé des relations dimensionnelles entre les coefficients eux-mêmes :

$$\frac{[k]}{[a]} = L T^{2-2} \quad \frac{[k] [k']}{[J]^2} = L T^{2-2} \quad [J]^2 = [a] [k'] \quad (5)$$

où k , k' , λ et a étaient les coefficients respectifs des lois électrostatique et magnétique de Coulomb, de la loi de Laplace pour la force entre un pôle magnétique et un courant, et de la loi d'Ampère.¹⁰⁷ Mercadier désignait les dimensions de ces coefficients par K , K' , Λ et A , respectivement. Il a ensuite noté que les dimensions de chaque grandeur électromagnétique peuvent être exprimées à l'aide de L , T , M et d'une à trois des dernières grandeurs dimensionnelles, et, en conséquence, il a proposé cinq systèmes différents.⁽¹⁰⁸⁾ Mercadier a souligné que, contrairement aux systèmes d'unités utilisés jusqu'alors, ceux-ci étaient strictement corrects et compatibles entre eux, car ils s'abstenaient d'attribuer des dimensions arbitraires aux coefficients.⁽¹⁰⁹⁾

La même année, Félix Lucas présenta une étude qui consistait également à ajouter des grandeurs fondamentales à L , T et M . Cependant, cette fois-ci, ces dernières n'étaient ni des coefficients ni leur inverse : Lucas proposa d'utiliser les grandeurs électriques q et magnétiques m comme unités fondamentales. Il démontra ensuite qu'elles pouvaient être liées entre elles (par $[m] = LT^{-1} [q]$), de sorte que toute grandeur physique pouvait être exprimée en termes de L , T , M , Q ou L , T , M , m , là encore sans aucune incohérence entre les deux systèmes ⁽¹¹⁰⁾ Lucas a dérivé des relations dimensionnelles entre les coefficients équivalentes à celles obtenues par Mercadier, à travers une analyse assez similaire à celle proposée par ce dernier. Lucas a ensuite simplifié ces relations pour obtenir finalement $[k] L(-2) T(2) = [a] = [\lambda] = [k']$.⁽¹¹¹⁾ Peu après, ces résultats ont également été discutés par l'ingénieur Claude Clavenad.⁽¹¹²⁾

Ces travaux démontrent qu'après les articles publiés par Mercadier et Vaschy en 1883, plusieurs des notions clés qu'ils avaient défendues, et qui étaient absentes de la littérature antérieure, avaient désormais été adoptées par un certain nombre de chercheurs. Il s'agissait des notions suivantes :

- (1) les dimensions des grandeurs physiques et des coefficients dans les lois de la force sont une réalité physique et, à ce titre, chaque grandeur n'a qu'une seule formule dimensionnelle vraie pour un ensemble donné d'unités fondamentales.
- (2) la fixation de ces dimensions par des conventions arbitraires (notamment en « supprimant » les dimensions des coefficients), bien que constituant un raccourci pratique, n'est pas acceptable

¹⁰⁵ A.W. Rücker, traduit par E. Bouty, « Sur les dimensions supprimées des quantités physiques », *Journal de physique théorique et appliquée*, vol. 9, 1 (1890), 194-196.

¹⁰⁶ Clavenad, « Propositions fondamentales sur l'homogénéité et les équations physiques absolues », *La lumière électrique*, 48 (25) (1893), 551-555 (552).

¹⁰⁷ Ernest Mercadier, « Sur les relations générales qui existent entre les coefficients des lois fondamentales de l'électricité et du magnétisme », *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 116 (1893), 800-803 (le même article a également été publié dans *Journal de Physique*, 3 (2) (1893), 289-299).

¹⁰⁸ Plus précisément, ces systèmes étaient basés sur :

$L, M, T, K ; L, M, T, A ; L, M, T, \Lambda, K' ; L, M, T, A, K ; L, M, T, \Lambda, K, K'$

Mercadier, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 116 (1893), 873-874.

¹⁰⁹ Ibid., p. 874-875.

¹¹⁰ Félix Lucas, « Sur la corrélation des grandeurs magnétiques et électriques et sur leur unité fondamentale », *L'électricien*, série 2, t. 5 n° 128 (10 juin 1893), 389-392.

¹¹¹ Il l'a fait en utilisant $[m] = LT^{-1} [q]$.

¹¹² Clavenad, « Propositions fondamentales », (note 106), 551-555.



d'un point de vue fondamental et théorique. Par conséquent, toujours de ce point de vue, les systèmes d'unités utilisés en électromagnétisme (les systèmes électrostatiques et électromagnétiques) ne sont pas satisfaisants.

- (3) les dimensions des coefficients dans les lois de la force sont liées aux propriétés du milieu dans lequel les interactions ont lieu.

De plus, ces points de vue ont donné lieu à des tentatives visant à établir les dimensions des coefficients en termes de L, T, M sur la base de considérations théoriques. Les auteurs en question n'ont fait aucune mention de Mercadier et Vaschy, qui avaient en fait préconisé une approche expérimentale, mais ils étaient motivés par les idées qui viennent d'être évoquées. En 1889, George Francis Fitzgerald (1851-1901) a suggéré d'utiliser les dimensions de la vitesse inverse pour la capacité inductive et la perméabilité magnétique, ce qui a conduit à « l'identité des deux systèmes en ce qui concerne les dimensions »⁽¹¹³⁾ Son raisonnement semblait principalement motivé par des considérations de symétrie : avec ce choix, $[k] = [K']$. On peut supposer que la symétrie formelle entre les deux lois de Coulomb l'a conduit à penser qu'il serait naturel que les coefficients de ces lois aient cette caractéristique commune. La suggestion de Fitzgerald a peut-être également été influencée par les travaux de Rücker. Rappelons que ce dernier faisait également référence à la capacité inductive et à la perméabilité magnétique, et qu'il énumérait les dimensions en fonction de celles-ci, de sorte qu'il était facile de vérifier quel choix pour $[K]$ et $[\mu]$ donnait des dimensions cohérentes dans les deux systèmes.¹¹⁴ Puis, en 1896, une étude a été publiée en France par P. Joubin, dans laquelle il cherchait à dériver de manière rigoureuse les dimensions de la capacité inductive et de la perméabilité magnétique à partir de ce qu'il considérait comme des hypothèses raisonnables. Les travaux de Joubin ne constituaient certes pas une dérivation irréfutable, mais plutôt une série d'hypothèses éclairées ; néanmoins, ils étaient de nature théorique.

115

Nous constatons que dans les décennies qui ont suivi la série d'articles publiés par Mercadier et Vaschy en 1883, un certain nombre de chercheurs ont adopté plusieurs de leurs idées centrales, qui constituent désormais la base de leurs propres recherches. Cependant, si bon nombre des notions défendues par Vaschy et Mercadier ont été reprises dans la littérature scientifique, d'autres ont été rejetées.

4.3 Limites de l'influence de Vaschy et Mercadier

Tout d'abord, ceux qui partageaient l'avis de Mercadier et Vaschy ne considéraient pas toujours comme acquis que toutes les quantités physiques avaient des dimensions objectives en termes de L, T, M – un espoir nourri par le credo mécaniste. Certains ont peut-être adhéré à ce principe : ni Fitzgerald ni Boulanger ne se sont souciés de discuter du bien-fondé de l'utilisation exclusive de quantités de base mécaniques, semblant ainsi considérer comme acquis qu'il s'agissait là de la seule option viable.⁽¹¹⁶⁾ D'autres avaient toutefois une attitude différente : Brylinksi et Joubin ont tous deux explicitement déclaré qu'ils considéraient la possibilité d'exprimer des quantités en termes de L, T, M comme une hypothèse – même si les travaux de Joubin consistaient à obtenir des coefficients dimensionnels.

¹¹³ D'où les dimensions de vitesse pour k et k' dans les lois de Coulomb. George Francis Fitzgerald, « On the dimensions of electromagnetic units », *Philosophical Magazine*, 27 (1889), 323. (Le même article a également été publié dans *Proceedings of the Physical Society of London* (1889), 95). Fitzgerald était professeur de philosophie naturelle au Trinity College de Dublin.

¹¹⁴ Les articles de Rücker et Fitzgerald sont tous deux datés de février 1889.

¹¹⁵ Joubin partait principalement du principe que les exposants de L, T et M apparaissant dans les dimensions de la capacité inductive et de la perméabilité magnétique devaient être des nombres entiers. Comme indiqué ci-dessus, cela avait déjà été considéré comme un critère de simplicité, mais Joubin était peut-être également motivé par le fait que cela était vrai en mécanique, où les dimensions des grandeurs physiques étaient connues sans aucun doute. Joubin a examiné les dimensions des grandeurs électromagnétiques exprimées en termes de L, T, M et K (où $K = [K]$), et a cherché des modèles dans leurs exposants. Il a conclu que $[K] = M^{(-1)} L^{(2p-1)} T^{(2q)}$ et $[K'] = M^{(p+1)} L^{(-2p+1)} T^{(-2q)} L^{(-2q)} L^{(-2)}$ où $n = \pm 1$ ou ± 3 et $p = 0$ ou ± 2 , et a soutenu que parmi toutes ces possibilités, seules $[K] = M^{(-1)} L^{(2)} T^{(2)}$ et $[K'] = ML^{(-3)} T^{(2)}$ « avaient une signification mécanique ».

P. Joubin, « Sur les dimensions des grandeurs électriques et magnétiques », *Séances de la société française de physique*, (1896), 188–191 (également publié dans *Journal de Physique*, 3 (5) (1896), 398–401).

¹¹⁶ Fitzgerald a cherché les dimensions de K et K' en termes de L, T, M sans donner aucune explication. On peut supposer que cela était dû à son désir de limiter sa contribution à quelques lignes (ce qu'il a fait), mais il avait des opinions mécanistes (il était partisan de la théorie des vortex spongieux, comme nous le verrons à la section 5.2). Fitzgerald, « On the dimensions of electromagnetic units », *Philosophical Magazine*, 5 (27) (1889), 323. Boulanger n'a pas non plus mentionné que les quantités électromagnétiques ne peuvent en fait pas être exprimées uniquement en termes de L, T, M. Boulanger, « Des systèmes d'unités dits absolus », *La lumière Electrique*, 16 (1885), 3-7.

expressions en termes de L, T, M auxquelles il attribuait ensuite une signification physique.¹¹⁷ Rücker et Lucas (qui, rappelons-le, avaient suggéré l'ajout de nouvelles quantités fondamentales) pensaient tous deux que des dimensions objectives en termes de L, T, M seuls pourraient très bien être obtenues un jour, mais ils ne considéraient pas cela comme évident et ont abordé la question de manière explicite.¹¹⁸

Deuxièmement, si l'idée de Vaschy et Mercadier selon laquelle la nature d'une quantité déterminait ses dimensions a clairement trouvé un écho, l'idée inverse (et plus provocante) selon laquelle ses dimensions fixaient sa nature semble avoir été beaucoup moins acceptée. Après les contributions des deux ingénieurs, seul Roviada, en 1894, a tenté de développer un modèle physique sur la base de considérations dimensionnelles, comme Vaschy lui-même l'avait fait en 1883.¹¹⁹ Nous retrouvons également l'idée que les dimensions déterminent la quantité en jeu dans quelques autres ouvrages : Fitzgerald et Joubin ont attribué une signification physique aux dimensions *a posteriori*, après les avoir obtenues comme décrit dans la section précédente. En effet, après avoir fixé les dimensions des coefficients des lois de Coulomb à $L^{-1} T$, Fitzgerald a commenté : « il semble possible qu'elles soient liées à l'inverse de la racine carrée de l'énergie moyenne de turbulence de l'éther ». (¹²⁰) Quant à Joubin, il a finalement choisi les dimensions qu'il a choisies pour K et K' parce qu'elles lui permettaient d'interpréter K comme l'inverse d'un coefficient d'élasticité et K' comme une densité.¹²¹ Hormis ces exemples, la conviction de Mercadier et Vaschy selon laquelle les dimensions fixaient la nature d'une quantité ne semble pas avoir trouvé beaucoup d'écho.¹²² Elle a même été critiquée explicitement. En effet, Oliver Joseph Lodge a fait remarquer en 1888 que même en mécanique, des quantités de nature différente ont parfois les mêmes dimensions :

Les dimensions d'une quantité ne déterminent pas toujours le type de quantité. Par exemple, le moment d'une force a les dimensions du travail, mais ce n'est pas du travail et ne peut pas exister en tant que terme dans une équation impliquant des termes *de travail*. De même, la mesure circulaire d'un angle n'est pas un nombre pur, bien qu'elle ait une dimension nulle comme un nombre pur ; et le fait qu'elle ne soit pas un nombre pur est évident physiquement, car un moment d'une force d' $\times$ e un angle d'= e de travail.⁽¹²³⁾

Cela suggère une prise de conscience que le processus par lequel les dimensions sont obtenues implique une perte d'information concernant la quantité physique en question, par rapport à l'équation réelle qui donne la quantité.

Cependant, les scientifiques avaient d'autres raisons d'être sceptiques quant à la capacité des dimensions à exprimer la nature des grandeurs physiques. Les opinions de J. J. Thomson sont particulièrement intéressantes. En 1897, il déclarait à propos des grandeurs électriques :

Un symbole représentant une grandeur électrique nous indique simplement la quantité de cette grandeur, mais ne nous dit rien sur sa nature ; cela nécessiterait une théorie dynamique de l'électricité. Une théorie de

¹¹⁷ Joubin, « Sur les dimensions », (note 115), 189.

¹¹⁸ En effet, Rücker a déclaré : « Il est probable que, à mesure que progressera l'explication mécanique des phénomènes physiques, l'utilisation d'unités basées

sur des conceptions mécaniques simples sera étendue, que certaines quantités actuellement utilisées seront supprimées ou considérées sous un angle différent. » (Rücker, « On the suppressed dimensions », (note 104), 104). Voir également, par exemple, Joubin, « Sur les dimensions », (note 115), 189, et Lucas, « Sur la corrélation », (note 110), 391.

¹¹⁹ Roviada a explicitement fait référence à Mercadier et Vaschy, et a fait des remarques très proches de leurs idées. Il a présenté un argument dimensionnel

afin de démontrer que l'énergie thermique du soleil devait être due à une variation de l'énergie potentielle gravitationnelle associée à la contraction du soleil. Augusto Roviada, « Sur les lois des actions et les systèmes de dimensions des grandeurs physiques », *La lumière électrique*, vol. 52, n° 26 (30 juin 1894), 601-606. Pour le modèle de Vaschy, voir Vaschy, « Sur les unités » (note 91), 182-185.

¹²⁰ Fitzgerald, « On the dimensions of electromagnetic units », *Philosophical Magazine*, 27 (1889), 323 ; également publié dans *Proceedings of the Physical Society of London*, (1889), 95.

¹²¹ Joubin, « Sur les dimensions », (note 115), 189. Plus loin dans le même article, Joubin affirme également que la force dans l'équation de Laplace peut être interprétée comme une force de Coriolis.

¹²² Il convient également de noter que ni Fitzgerald ni Joubin ne mentionnent Mercadier et Vaschy. De plus, on peut se demander dans quelle mesure leurs déclarations reflétaient véritablement la conviction que les dimensions déterminent la quantité physique en jeu : la remarque de Fitzgerald semble quelque peu hésitante, tandis que Joubin semble avoir considéré que bon nombre des formules dimensionnelles qu'il examinait n'avaient en fait aucune signification physique. Ibid.

¹²³ Oliver J. Lodge, « The multiplication and division of concrete quantities », *Nature*, 38 (19 juillet 1888), 282. On pourrait toutefois soutenir que l'angle devrait être considéré comme une dimension, voire comme une grandeur fondamentale. L'un des arguments en faveur de cette approche serait que la longueur est considérée comme une grandeur fondamentale et que l'angle est à la longueur ce que la rotation est à la translation. À l'inverse, l'argument en faveur de l'absence de dimensionnalité des angles est qu'ils peuvent être exprimés de manière numérique, sous forme de fractions du cercle complet.



Les dimensions ne peuvent pas nous dire ce qu'est l'électricité ; leur seul but est de nous permettre de déterminer la variation de la mesure numérique d'une charge électrique donnée ou de toute autre grandeur électrique lorsque les unités de longueur, de masse et de temps sont modifiées d'une manière déterminée.¹²⁴

La comparaison de Thomson est révélatrice : selon lui, les dimensions, comme les symboles représentant les variables physiques en général, étaient une question de *quantité*, et non de *qualité*, c'est-à-dire de *nature*. Cette dichotomie traduit assez bien le dilemme auquel se heurta l'interprétation des dimensions après la redéfinition de Fourier : d'une part, la notion même de dimension était née du souci de respecter l'homogénéité, exprimant ainsi la nature des variables, tandis que, d'autre part, depuis Fourier, l'homogénéité était définie par l'effet d'un changement d'unités sur les valeurs numériques de ces variables, donc en termes quantitatifs.

De manière plus générale, Thomson s'est opposé à l'idée centrale défendue par Mercadier et Vaschy selon laquelle les dimensions des grandeurs électriques étaient une question de fait physique objectif, par opposition à une convention :

Il convient peut-être de préciser d'emblée que les dimensions des grandeurs électriques sont une question de définition et dépendent entièrement du système d'unités que nous adoptons. Ainsi, nous constatons que dans le système d'unités électromagnétique, une résistance a les mêmes dimensions qu'une vitesse, tandis que dans le système d'unités électrostatique, elle a les mêmes dimensions que l'inverse d'une vitesse. En fait, nous pourrions choisir un système d'unités de manière à donner à une quantité électrique quelconque les dimensions que nous voulons ; lorsque les dimensions de celle-ci sont fixées, celles des autres deviennent tout à fait déterminées.⁽¹²⁵⁾

On ne pouvait être plus éloigné des positions de Mercadier et Vaschy : Thomson soulignait non seulement que les dimensions avaient trait à des mesures conformes à la redéfinition de Fourier, mais il les opposait aussi explicitement à la conception étymologique antérieure de l'homogénéité comme expression de la nature des quantités. Pour lui, les deux conceptions étaient incompatibles.

Une fois encore, on ne sait pas dans quelle mesure les collègues de Thomson partageaient son point de vue sur les dimensions à l'époque. Il n'y a aucune raison de penser que sa position était très inhabituelle. En même temps, il estimait clairement que les opinions contraires aux siennes étaient suffisamment répandues pour mériter une réponse.

Il semble donc qu'après avoir été initialement négligée, la notion d'homogénéité pré-Fourier ait connu un regain d'intérêt dans les années 1880, de sorte qu'à la fin du XIXe siècle, en France et en Grande-Bretagne du moins, les deux conceptions de l'homogénéité et des dimensions coexistaient, se trouvant parfois en tension l'une avec l'autre.

5. Réflexions finales

Les questions abordées ici soulèvent des problèmes qui, bien qu'ils n'aient pas été explicitement débattus par les physiciens et ingénieurs du XIXe siècle, méritent néanmoins une attention particulière. C'est notamment le cas du rôle joué par les conceptions mécanistes, partagées par bon nombre des protagonistes. Il est également intéressant d'examiner un autre facteur qui a pu influencer la vision des dimensions de ces derniers, à savoir leur compréhension du lien entre les quantités physiques et le processus de mesure.

Nous nous intéresserons tout d'abord à l'influence possible de la pensée mécaniste. À la fin du XIXe siècle, alors que l'analyse dimensionnelle moderne suscitait un intérêt croissant, le credo mécaniste était très influent. De nombreux physiciens britanniques (J. C. Maxwell, W. Thomson, G. F. Fitzgerald, J. J. Thomson), ainsi que Vaschy et Mercadier, adhéraient à cette vision mécaniste. Essentiellement, le mécanisme soutenait que tous les phénomènes physiques, y compris les phénomènes électromagnétiques, pouvaient s'expliquer par des processus mécaniques. Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, les débats sur les dimensions à cette époque étaient principalement motivés par la situation qui prévalait dans le domaine de l'électromagnétisme. Certains lecteurs modernes pourraient alors être tentés d'attribuer cet état de fait à la prévalence des conceptions mécanistes à l'époque. Nous examinerons maintenant dans quelle mesure cette tentation peut être justifiée. Il convient de distinguer deux problématiques : premièrement, l'insistance à n'utiliser que des grandeurs fondamentales mécaniques (c'est-à-dire L, T, M) pour exprimer les dimensions des grandeurs électromagnétiques, et deuxièmement, les conceptions mécanistes de l'électromagnétisme.

¹²⁴ Joseph John Thomson, *Éléments de théorie mathématique de l'électricité et du magnétisme*, (Cambridge, 1897), 447.

¹²⁵ *Ibid.*, 446.

phénomènes *en tant que tels*, tels qu'ils s'exprimaient dans des modèles mécaniques. Comment ces deux éléments se rapportaient-ils aux conceptions des dimensions ?

5.1 Les dimensions en électromagnétisme et l'utilisation mécaniste de la base $L\ T\ M$

La manifestation la plus directe de la vision mécaniste pertinente pour la question des dimensions était sans doute le désir d'exprimer ces dernières uniquement en termes de quantités mécaniques.¹²⁶ Parallèlement, ce qui suscitait le mécontentement de ceux qui insistaient sur le fait que les dimensions reflétaient la nature des quantités physiques était que les dimensions électromagnétiques se voyaient attribuer des dimensions différentes en termes de L , T et

M . Une issue évidente à cette impasse aurait pu être de déclarer absurde cette insistance à utiliser des quantités mécaniques de base.¹²⁷ Comme nous l'avons vu à la section 4.2, on savait que l'ajout, par exemple, de la charge électrique (ou du pôle magnétique) en tant que quantité fondamentale conduisait à des expressions dimensionnelles uniques et incontestables.¹²⁸ Pourtant, même ceux qui ont proposé de tels schémas ne pensaient pas impossible qu'un jour, on puisse obtenir des dimensions fiables en termes de L , T , M .¹²⁹ Cela soulève la question suivante : pourquoi personne n'a-t-il interprété la pluralité des dimensions basées sur L , T , M comme une raison de douter du bien-fondé de la tentative ?

La réponse est probablement que ce dernier n'était en fait pas responsable du problème. Pour mieux comprendre, on peut résumer la situation rencontrée dans un tableau (tableau 2) et les stratégies utilisées par nos protagonistes (tableau 3).¹³⁰

Il ressort immédiatement du tableau 2 (colonne de gauche) que l'adoption d'une quantité de base supplémentaire telle que la charge n'était pas une option en soi : le faire sans ajouter simultanément un coefficient aurait violé le principe d'homogénéité.

De plus, si les difficultés rencontrées en électromagnétisme provenaient du fait que L , T , M n'incluent pas comme grandeur de base celle qui joue le rôle de source dans les lois de la force (c'est-à-dire la charge électrique ou le pôle magnétique), on pourrait s'attendre à ce que la situation soit différente lorsque l'on considère une analogie en mécanique, à savoir la loi gravitationnelle de Newton, puisque la source M figure parmi L , T ,

M .¹³¹ Cependant nous voyons dans le tableau 2 (colonne de droite) que sans ajouter de coefficient, l'homogénéité est

à nouveau violée – et donc si la masse gravitationnelle est identifiée ou non à sa contrepartie inertielle. Dans le cas électrostatique comme dans le cas gravitationnel, tant qu'aucun coefficient n'est ajouté à l'équation, on est amené à exprimer les dimensions d'une quantité en fonction des autres.¹³²

Comme cela a été souligné dans les débats, pour éviter d'obtenir des dimensions différentes pour les mêmes quantités, il était essentiel d'ajouter un coefficient dans la loi de la force considérée. Les dimensions de ce coefficient pouvaient alors être ajustées de manière à ce que cette nouvelle relation satisfasse à l'homogénéité. Les différentes manières dont cette stratégie a été mise en œuvre, telles que décrites dans la section précédente, sont résumées dans le tableau 3, colonne de gauche : on peut considérer que le coefficient et la charge ont tous deux des dimensions encore indéterminées en termes de L , T , M (comme l'ont suggéré Mercadier et Vaschy), ou

¹²⁶ Il existait bien sûr des raisons pratiques pour vouloir exprimer les dimensions en termes de longueur, de temps et de masse. Cependant, le désir

d'exprimer les dimensions de toutes les quantités en termes de L , T , M était également alimenté par des conceptions mécanistes, comme le montrent les remarques citées ci-dessus dans la note de bas de page 118.

¹²⁷ De plus, du point de vue d'un lecteur moderne, le fait que les unités SI incluent la charge électrique comme grandeur fondamentale peut conduire à conclure que les questions débattues par Mercadier, Vaschy et leurs disciples ont trouvé leur résolution dans l'ajout de la charge comme grandeur de base.

¹²⁸ En fait, cela était déjà évident dans les travaux de Maxwell, puisqu'il avait énuméré ces dimensions comme étape intermédiaire lors de la dérivation des deux systèmes d'unités. Voir notamment l'équation 1, section 2.4 ci-dessus.

¹²⁹ Rappelons que même Rücker et Lucas, qui ont suggéré d'ajouter des grandeurs fondamentales, n'ont pas soutenu que les phénomènes électromagnétiques n'étaient pas réductibles à des phénomènes mécaniques. Comme nous l'avons vu à la section 4.3, ils étaient agnostiques sur cette question.

¹³⁰ Par souci d'exhaustivité, lorsque l'on compare le cas électrostatique au cas gravitationnel, la distinction entre masse inertielle et masse gravitationnelle a été explicitée.

⁽¹³¹⁾ Dans la littérature physique de l'époque, il est rarement précisé si le M en question fait bien référence à la masse gravitationnelle. (et constitue donc un analogue valable de la charge lorsqu'on compare les lois de la force), ou bien à la masse inertielle, qui relie les grandeurs mécaniques de la force et de l'accélération. C'est pourquoi les tableaux traitent à la fois le cas où elles sont distinguées et celui où elles ne le sont pas, afin de montrer que ce point n'est en fait pas essentiel ici.

¹³² Vaschy a explicitement critiqué la légitimité d'une telle approche dans le contexte gravitationnel, au motif que la longueur, le temps et la masse étaient de nature différente. Vaschy, *Traité d'électricité* (note 53), 5.

**Tableau 2.** Situation rencontrée en électrostatique et son analogue gravitationnel pour les lois de la force sans

coefficient. D'après la loi de Coulomb en électrostatique	D'après la loi de la gravitation de
Newton	
$f = \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$f = \frac{M_1 M_2}{r^2}$
$L \ T^{-2} \ M_i = [q]^2 \ L^{-2}$	$L \ T^{-2} \ M_i = [M_g]^2 \ L^{-2}$
- Avec 4 grandeurs de base L, T, M_i, e : $L \ T^{-2} \ M_i = e^2 \ L^{-2}$ → non homogène. - Avec 3 grandeurs de base L, T, M_i : : homogène si et seulement si : $e = L^{3/2} T^{-1} M_i^{1/2}$ (système d'unités électrostatique) Problème : $e = L^{3/2} T^{-1} M_i^{1/2}$ ne tient pas dans le système électromagnétique d'unités.	- Avec 4 grandeurs de base L, T, M_i, M_g : $L \ T^{-2} \ M_i = M_g^2 \ L^{-2}$ → non homogène. Avec 3 quantités de base L, T, M (c'est-à-dire $M_g = M_i = M$) : non homogène. - Avec 3 quantités de base L, T, M_i : homogène si et seulement si : $M_g = L^{3/2} T^{-1} M_i^{1/2}$ - Avec 2 grandeurs de base L, T (c'est-à-dire $M_g = M_i = M$) : homogène si et seulement si : $M = L^{-1} T^{-2}$ (système d'unités astronomiques décrit notamment dans le <i>Traité de Maxwell Treatise</i>)¹³³

On peut désormais prendre la charge comme quantité de base (comme proposé par Lucas et l'approche standard actuelle), ou exprimer toutes les dimensions en termes de coefficient, en le traitant provisoirement comme une quantité de base (comme l'ont fait Rücker et Mercadier). Là encore, on trouve des analogies avec ces stratégies pour la loi de la gravitation (tableau 3, colonne de droite). Étant donné que des stratégies similaires pouvaient en principe être employées dans les contextes gravitationnel et électromagnétique, le fait que les unités fondamentales impliquaient la quantité source dans un cas mais pas dans l'autre n'entraînait aucune différence significative. Par conséquent, le fait que L, T, M n'impliquaient pas la quantité source électrique (c'est-à-dire la charge électrique) n'était pas la cause profonde des difficultés rencontrées en électromagnétisme.

En fin de compte, la raison pour laquelle les grandeurs électromagnétiques avaient plusieurs ensembles de dimensions en termes de L, T, M était que, contrairement à la mécanique, les physiciens et ingénieurs du XIX^e siècle étaient confrontés à *deux* lois de la force en électromagnétisme. Et en effet, la raison pour laquelle Maxwell a obtenu des dimensions incontestables en termes de L, T, M, e (et L, T, M, m) est que la quantité de base non mécanique supplémentaire a permis d'éviter complètement le problème, en n'utilisant aucune des lois de Coulomb. Comme ces dernières n'ont pas été mises en jeu, aucune hypothèse n'a été émise concernant les dimensions des coefficients qu'elles pourraient impliquer (voir tableau 1).¹³⁴ Il n'existait pas de deuxième loi de la force analogue en mécanique qui aurait pu entraîner une diversité similaire dans les dimensions de M .¹³⁵ Par conséquent, et contrairement à ce qui peut sembler intuitif pour certains lecteurs modernes, l'insistance à n'utiliser que des quantités de base mécaniques n'était pas responsable de la multiplicité des dimensions en électromagnétisme.¹³⁶

5.2 Les dimensions en électromagnétisme et les visions mécanistes des phénomènes électromagnétiques

Si l'insistance à utiliser des grandeurs fondamentales mécanistes n'était pas réellement responsable des problèmes rencontrés en électromagnétisme, on peut encore se demander si d'autres conceptions mécanistes ont pu influencer la position des scientifiques sur les dimensions. D'une manière générale, l'école mécaniste considérait que tous les phénomènes physiques étaient fondamentalement mécaniques,

¹³³Maxwell, *Traité sur l'électricité et sur le magnétisme*, Vol.1, 4.

¹³⁴Rappelons que les lois de Coulomb ont été utilisées pour exprimer les dimensions de e (ou m) en termes de grandeurs mécaniques de base (section 2.4). (¹³⁵ Il n'y en aurait pas eu même si la distinction entre masse gravitationnelle et masse inertielle avait été établie, comme le montre le tableau 3. (¹³⁶ En outre, il convient peut-être de noter que l'intuition selon laquelle les chercheurs de la fin du XIX^e siècle auraient dû

Le fait d'avoir inclus la charge électrique comme grandeur fondamentale, car celle-ci est fondamentalement de nature non mécanique, ne reflète en aucun cas la position de la physique moderne sur la nature des dimensions. Cela ressort clairement du fait que la théorie quantique des champs utilise une seule grandeur fondamentale, généralement considérée comme étant la masse, alors que $[L] = [T] = M^{-1}$. Cependant, à ce jour, il existe encore des désaccords quant à la légitimité d'une telle approche, fondés sur des préoccupations similaires à celles qui ont motivé Mercadier et Vaschy (voir notamment Jim Grozier, « Apples, oranges and ϵ_0 », *Physics World*, vol. 17, n^o 7 (juillet 2004), 52).

Tableau 3. Stratégies utilisées en électromagnétisme et leurs analogues gravitationnels pour les lois de force avec un coefficient.

	D'après la loi électrostatique de Coulomb	De la loi de gravitation de Newton
	$f = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ $L \ T^{-2} \ M_i = [k] \times [q]^2 \ L^{-2}$	$f = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ $L \ T^{-2} \ M_i = [G] \times [M_g]^2 \ L^{-2}$
Sans prendre d'autre quantité de base	Avec 3 quantités de base L, T, M_i : $[k] \times [q]^2 = L^3 \ T^{-2} \ M_i$ $\rightarrow [k], [q]$ non fixés. (Mercadier & Vaschy 1883)	- Avec 3 quantités de base L, T, M_i : $[G] \times [M_g]^2 = L^3 \ T^{-2} \ M_i$ $\rightarrow [G], [M_g]$ non fixés. - Avec 2 quantités de base L, T (c'est-à-dire $M_g = M_i = M$) : $[G] \times [M] = L^3 \ T^{-2}$ $\rightarrow [G], [M]$ non fixés.
Ajout de la source comme quantité de base	Avec 4 quantités de base L, T, M_i, e : $[q] = e \Rightarrow [k] = L^3 T^{-2} M_i e^{-2}$ $\rightarrow$ Corrige $[k]$ en fonction de $L, T, M_{(i)}$ e. (Lucas ; approche moderne)	- Avec 4 quantités de base L, T, M_i, M_g : $[M_g] = M_g \Rightarrow [G] = L^3 \ T^{-2} \ M_i \ M_g^{-2}$ $\rightarrow$ Définit $[G]$ en fonction de $L, T, M_{(i)}$ $M_{(g)}$. - Avec 3 quantités de base L, T, M_i (c'est-à-dire $M_g = M_i = M$) : $\Rightarrow [G] = L^{(3)} \ T^{(-2)} \ M^{(-1)}$ $\rightarrow$ Fixe $[G]$ en fonction de L, T, M. (approche moderne)
Ajout d'un coefficient comme quantité de base	Avec 4 quantités de base L, T, M_i, K : $[k] = K \Rightarrow [q] = L^{3/2} T^{-1} M_i^{1/2} K^{-1/2}$ $\rightarrow$ Définit $[q]$ en fonction de $L, T, M_{(i)}$ K. (Rücker ; Mercadier 1893)	- Avec 4 quantités de base L, T, M_i, G : $[G] = G \Rightarrow [M_g] = L^{3/2} \ T^{-1} \ M_i^{1/2} \ G^{-1/2}$ $\rightarrow$ Définit $[M_{(g)}]$ en fonction de $L, T, M_{(i)}$ G. - Avec 3 quantités de base L, T, G (c'est-à-dire $M_g = M_i = M$) : $\Rightarrow [M] = L^{(3)} \ T^{(-2)} \ G^{(-1)}$ $\rightarrow$ Définit $[M]$ en fonction de L, T, G.

et cherchaient à les expliquer uniquement en termes de matière et de mouvement.¹³⁷ Cette perspective a souvent incité les physiciens à utiliser des modèles mécaniques.¹³⁸

On trouve aujourd'hui facilement des preuves d'un lien entre ces modèles et les dimensions : il suffit en effet de se référer aux travaux de Rayleigh sur la diffraction pour constater que l'analyse dimensionnelle pouvait jouer un rôle dans le choix d'un modèle mécanique spécifique¹³⁹. Plus proche des questions qui nous occupent, Vaschy lui-même avait utilisé l'analyse dimensionnelle pour proposer un modèle des phénomènes électromagnétiques, sans doute inspiré par sa conviction que les dimensions fixaient la nature d'une quantité. Ces cas indiquaient-ils qu'une prédilection pour les modèles mécaniques allait de pair avec l'idée que les dimensions reflètent la nature des quantités physiques ?

En réalité, cela ne semble pas avoir été le cas. Certes, certains mécanistes qui partageaient cette vision des dimensions ont cherché à développer des modèles en conséquence. Cependant, l'inverse ne semble pas s'être vérifié. Ni une simple position mécaniste, ni une prédilection pour les modèles mécaniques ne semblent avoir déterminé la manière dont les chercheurs concevaient les dimensions : Vaschy, Mercadier et Fitzgerald considéraient ces dernières

¹³⁷ En électromagnétisme plus précisément, la question était celle de l'éther : les mécanistes britanniques voulaient expliquer les phénomènes électromagnétiques en termes de structure et de mouvements. L'idée d'action à distance leur était insupportable, d'où la nécessité d'un éther pour transmettre les influences. Voir notamment Bruce J. Hunt, *The Maxwellians* (Ithaca : Cornell University Press, 1991), chapitre 4.

¹³⁸ La vision mécaniste a souvent incité les physiciens à utiliser des modèles mécaniques. Ces derniers servaient plusieurs objectifs, et la manière dont ils étaient censés représenter la réalité variait en conséquence. Ils pouvaient servir d'aides à la visualisation des relations mathématiques, ce qui était jugé utile tant pour l'enseignement que pour la recherche. Fitzgerald a notamment proposé un système de roues dont la rotation représentait l'intensité des champs magnétiques, reliées par des bandes élastiques dont la tension reflétait les champs électriques. Ces modèles pouvaient également être pris au sens littéral, comme représentant réellement la physique de l'éther. C'était le cas du modèle de l'éponge vortex. Voir notamment Hunt, *The Maxwellians* (note 136), chapitre 4.

¹³⁹ John Strutt (Lord Rayleigh), « On the light from the sky, its polarization and colour », *Philosophical Magazine*, 41, 1871, 107–120, 274–279. De plus, comme mentionné ci-dessus dans la section 4.3, Augusto Rovida a proposé un modèle physique basé sur des considérations dimensionnelles, dans le but d'expliquer la production d'énergie du soleil.

comme reflétant la nature des quantités physiques, mais J. J. Thomson était fortement en désaccord. Pourtant, tous étaient des mécanistes. De plus, Fitzgerald et Thomson avaient tous deux un intérêt profond et de longue date pour le modèle de l'éponge vortex, qu'ils considéraient comme reflétant véritablement la physique de l'éther, et non comme un simple outil pédagogique ou de recherche ⁽¹⁴⁰⁾. Cela indique clairement que la tendance à appréhender les phénomènes électromagnétiques à travers des modèles mécaniques n'a pas fortement influencé la compréhension des dimensions.

5.3 Le processus de mesure était-il considéré comme fixant les quantités physiques ?

Une autre question qui a pu influencer la perception des dimensions comme révélatrices de la nature des grandeurs physiques est la relation entre ces grandeurs physiques et leur mesure. En effet, les différences de dimensions résultaient de procédures expérimentales différentes (elles-mêmes associées à des lois de la force différentes), car Fourier, Gauss et Weber ont construit la théorie des dimensions sur la base de mesures : c'était le processus de mesure qui reliait les dimensions des grandeurs physiques aux unités fondamentales (figure 1).

Cela soulève la question de savoir comment ce processus était considéré comme lié à la grandeur physique elle-même.

Était-il suffisant de fixer cette quantité ?

Une possibilité était de penser que différents processus de mesure pouvaient se référer à une même quantité physique (figure 2a). Ce concept de relation entre quantité physique et mesures impliquait la croyance que la physique peut définir une ontologie des quantités physiques qui transcende notre connaissance de celles-ci par la mesure. En d'autres termes, de ce point de vue, un processus de mesure n'était pas suffisant en soi pour définir ces quantités.

Alternativement, les physiciens pouvaient considérer que les quantités dérivées sont *entièrement* définies par les opérations concrètes qui les relient aux quantités fondamentales, de sorte que différents processus de mesure se réfèrent nécessairement à différentes quantités physiques (figure 2b). Si l'on adoptait cette position, alors la quantité d'électricité dans le système d'unités électrostatique n'était en fait pas du tout la même quantité que son équivalent dans le système d'unités électromagnétique. ¹⁴¹

Comment ces deux points de vue se comparent-ils à ceux de nos protagonistes ? Les opinions qui prévalaient à la suite de la publication du *Traité* de Maxwell sont quelque peu floues ¹⁴². Cependant, Maxwell lui-même s'est exprimé clairement dans un autre ouvrage, *Théorie de la chaleur* ¹⁴³:

La discussion plus approfondie des dimensions de k dépendra du mode de mesure de la chaleur et de la température. ¹⁴⁴

(1) Si la chaleur est mesurée en tant qu'énergie, ses $\frac{L^2 M}{T^2}$ [...] dimensions sont

(1) Si la chaleur est mesurée en unités thermiques, de telle sorte que chaque unité thermique soit capable d'élever l'unité de masse d'une substance standard d'un degré de température, les dimensions de H [c'est-à-dire la chaleur] sont $[M\Theta]$ [...]

(2) Si l'on prend comme unité de chaleur celle qui élève d'un degré l'unité de volume de la substance elle-même, les dimensions de H sont $[L^3 \Theta]$ [...] ¹⁴⁵

¹⁴⁰ Le modèle de l'éponge vortex était destiné à expliquer les phénomènes électromagnétiques. Inspiré du modèle des vortex moléculaires de Maxwell, il décrivait l'éther comme « un fluide parfait remplissant l'univers » rempli de vortex filamenteux orientés de manière aléatoire. Au début des années 1880, Thomson avait consacré un traité entier à ce sujet.

¹⁴¹ Un exemple moderne serait la mesure de la masse à l'aide d'une balance inertielle par opposition à l'utilisation d'une balance : la première mesure donne une masse inertielle, comme son nom l'indique, et la seconde une masse gravitationnelle.

¹⁴² La relation entre quantité physique et mesure a très rarement été explicitement débattue en ces termes dans les discussions sur les dimensions, Maxwell et J. J. Thomson étant les exceptions à cette règle.

¹⁴³ James Clerk Maxwell, *Theory of heat*, (Londres, 1871). Notez que cet ouvrage a été publié deux ans avant le *Traité sur l'électricité et le magnétisme*.

¹⁴⁴ Maxwell venait de déterminer que les dimensions de la conductivité k sont liées à celles de la chaleur H par $[k] = \frac{[H]}{LTQ}$, Maxwell, *Théorie de la chaleur* (note 142), 235.

¹⁴⁵ Ibid. Dans la discussion citée à la fin de la section 4.3, Thomson a également fait des remarques qui rappellent celles de Maxwell (qu'il mentionne également) : « Nous devons fixer les grandeurs électriques par l'une ou l'autre de leurs propriétés. Ainsi, pour prendre un exemple, nous pouvons fixer une charge électrique par la répulsion qu'elle exerce sur une charge égale, comme cela se fait dans le système électrostatique d'unités, ou par la force subie par un pôle magnétique lorsque la charge est transférée d'un endroit à un autre par un courant, comme cela se fait dans le système électromagnétique ; ces deux mesures sont de dimensions différentes. Pour prendre un cas plus simple, nous pourrions fixer une quantité d'eau par le nombre d'atomes d'hydrogène qu'elle contient, par sa masse ou par son volume à une température définie ;

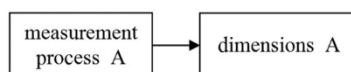


Fig. 1. Relation entre le processus de mesure et les dimensions introduites par Fourier, Gauss et Weber : à un processus de mesure correspond une formule dimensionnelle.

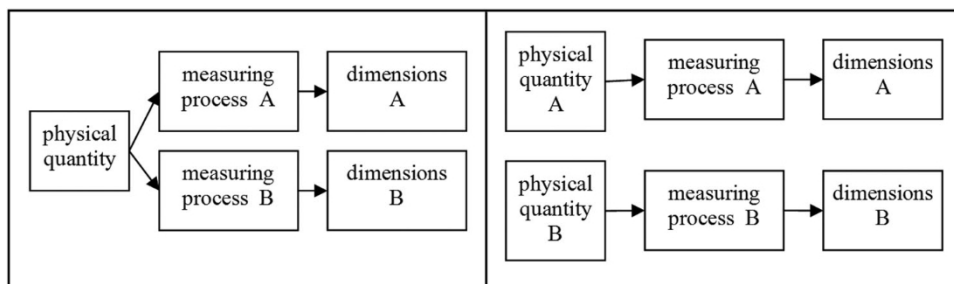


Fig. 2. Deux façons d'envisager la relation entre la grandeur physique, le processus de mesure et les dimensions

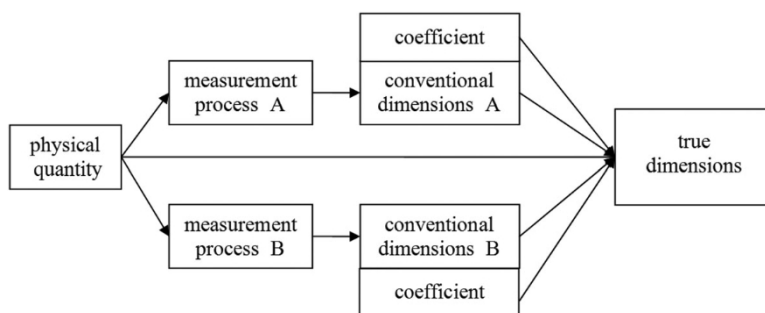


Fig. 3. Relation entre la grandeur physique, le processus de mesure et les dimensions selon Vaschy et Mercadier.

Maxwell a qualifié les *dimensions* correspondantes de *k* de mesures « dynamiques », « calorimétriques » et « thermométriques » de la conductivité. Les opinions de Maxwell correspondaient donc bien à la première position (figure 2a).

Cependant, les idées de Mercadier et Vaschy ne correspondaient pas au deuxième schéma (figure 2b).¹⁴⁶ En effet, leur exigence que différents processus de mesure donnent en fait les mêmes dimensions impliquait que ces processus mesurent la même grandeur physique, comme dans la figure 2a. Leur point de vue était toutefois plus élaboré, car ils ne croyaient pas que cette grandeur puisse avoir différentes dimensions. Ce qu'ils croyaient est mieux représenté par la figure 3.

Du point de vue de Mercadier et Vaschy, la mesure ne suffisait pas à définir ni la grandeur physique, ni ses dimensions, d'où la nécessité d'introduire des coefficients dont les dimensions restaient alors à découvrir.¹⁴⁷

toutes ces mesures seraient de dimensions différentes ». Thomson, *Elements of Mathematical theory* (note 124), 447. Il convient de noter que les propriétés dont les dimensions étaient en jeu permettaient différents modes de mesure d'une quantité. L'exemple choisi par Thomson visait à souligner ce dernier concept : son analogie avec l'eau invite à considérer la charge comme une substance, en termes extensifs. La remarque de Thomson ne semble pas aussi convaincante si l'on pense à la mesure, par exemple, d'une « quantité » de vitesse.

¹⁴⁶ Il est difficile de savoir si l'un des scientifiques que nous avons rencontrés considérerait réellement que le processus de mesure fixe la quantité physique (figure 2b)

, car la relation entre la quantité physique et la mesure était rarement abordée.

¹⁴⁷ On pourrait soutenir que dans la figure 2a – et donc selon le point de vue de Maxwell – la connaissance de la grandeur physique est obtenue uniquement par la mesure, bien que celle-ci nécessite plusieurs processus de mesure, tandis que, contrairement à cela, la position de Mercadier et Vaschy exige clairement quelque chose qui va au-delà de la mesure, à savoir les coefficients. Cette position n'est pas sans mérite ; cependant, premièrement,



En résumé, l'analyse dimensionnelle moderne, initiée par Fourier puis diffusée par Maxwell, a impliqué une redéfinition profonde des concepts clés **que sont** l'homogénéité et les dimensions. Ceux-ci n'étaient plus fondés sur l'idée qualitative de la nature des grandeurs physiques ; la nouvelle théorie était désormais construite sur les notions quantitatives de conversion d'unités et de mesure. Pendant près d'une décennie après que l'intérêt pour l'analyse dimensionnelle a commencé à se répandre en Grande-Bretagne et en France, l'ancienne conception a été négligée. Elle a ensuite été relancée dans les années 1880, lorsque les tensions entre les deux points de vue ont conduit à des opinions contradictoires sur la légitimité de l'utilisation de plusieurs dimensions pour une quantité donnée. À la fin du siècle, les deux conceptions de l'homogénéité et des dimensions coexistaient encore, avec des chercheurs ayant des points de vue différents. Les conceptions mécanistes étaient très répandues à cette époque et ont joué un rôle important dans la préférence accordée à la longueur, au temps et à la masse comme base. Cependant, d'une manière générale, la conception des dimensions ne semble pas avoir été influencée de manière visible par les idées mécanistes. Elle ne semble pas non plus avoir été fortement influencée par les points de vue sur la relation entre les grandeurs physiques et leur mesure.

Remerciements

L'auteur tient à remercier Olivier Darrigol, Nadine de Courtenay, Jan Lacki, John Roche, Scott Walter, Bruce Hunt et Daniel Jon Mitchell pour leurs commentaires et suggestions utiles et encourageants.